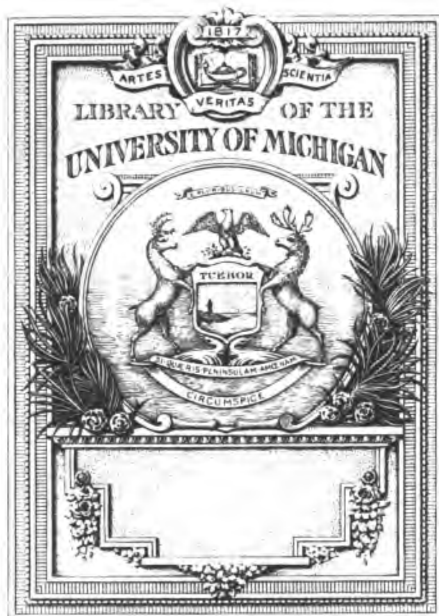
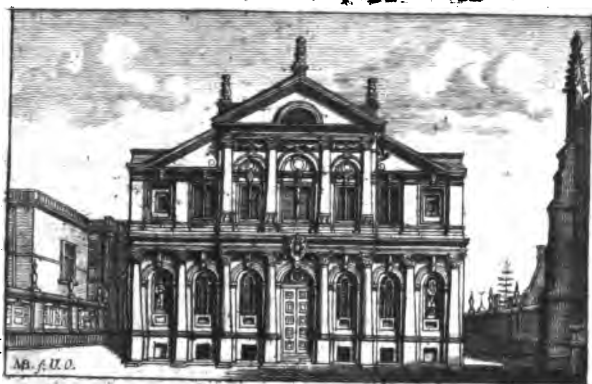

1817
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE

INTRODUCTIO
AD
VERAM PHYSICAM.
SEU
LECTIONES PHYSICÆ,

Habitæ in Scholâ Naturalis Philosophiæ Academiæ OXONIENSIS,

Quibus accedunt Christiani Hugenii *Theoremata de Vi Centrifuga & Motu Circulari demonstrata,*

Per Jo. KEILL è Coll. Ball. A.M. & Reg. Soc. Socium.



OXONIÆ,

E THEATRO SHELDONIANO,

Impensis *Thomæ Bennet*, ad Insigne Lunæ Falcatæ in Cœmeterio S. *Pauli* LONDINI, An. Dom. MDCCII.

Imprimatur,

RO. MANDER

Vice-Can. Oxon.

Feb. 14. 170$\frac{1}{2}$.

Nobiliſſimo & Honoratiſſimo

D^NO. D^NO. THOMÆ

COMITI

PENBROCHIÆ,

ET

MONTGOMERIÆ &c.

Nobiliſſimi Ordinis Periſcelidis Equiti,

SUMMO

CLASSIUM BRITANNICARUM

PRÆFECTO.

TIBI, Vir Honoratiſſime, Exercitationes haſce deſtinantem, merito me deterreret Dignitatis Tuæ ſplendor & amplitudo, niſi illis aditum aperire præ ſe ferret ea, quam

quam Tu foves & ornas, philosophia. Cum enim gravissimis Reipublicæ negotiis, ingenua literarum studia admiscere soleas, eum ad Te haud ægre sines accedere, qui tantas quidem curas Tuas interpellare minime audet, otio tamen aliquid liberalis oblectamenti offerre magnopere cupit. Hoc enim cum paucis commune habes, ut idem & in literis optime versatus sis, & in Republica; idem tam philosophorum scholis, quam Regum conciliis præesse merearis.

Dum itaque in idoneis consiliis adhibendis quam sapiens sis, Regum sapientissimus; in fœderibus sanciendis quam prudens

lens His. Universa loquitur *Europa*, quam interim de literis meritus es laudem, ab Academico mihi recensest.

Liceat etiam & nobis Tibi de novissimis Tuis honoribus gratulari, liceat nobis cum patria una gaudere, id Tibi deferri munus, quod non modo virum in rebus gerendis fidum fortemque, sed reconditiore mathefeos fcientia optime inftructum defiderat. Hifce ftudiis ita animum imbuisti Tuum, ut in Tuis manibus Præfectura Claffium & Oceani Imperium, hoc eft, populi *Anglicani* falus & tutela tuto poffit deponi. Dum itaque eo in munere verfaris, ut ejufmodi literaturæ fe-

pofitam

positam olim apud Te supellectilem revisere denuo & in lucem proferre liceat; sinas Vir Nobilissime, ut hosce in re physica conatus mathematicis argumentis potissimum innixos, ad Te haud importunus deducam, qui quidem quocunque rationis pondere fulciri videantur, ad judicium Tuum non appellant sed implorant Patrocinium.

Illustrissimæ Meritissimæque

Dignitatis, Nobilitatis

& Magnitudinis Tuæ

Observantissimus Cultor

JO. KEILL.

PRÆFATIO.

QUAMVIS nunc dierum celebretur philosophiæ mechanicæ nomen, & insignes in hoc ævo obtineat sui cultores; in plerisque tamen physicorum scriptis, vix quicquam mechanicæ præter ipsius nomen inveniri potest. In cujus locum substituunt philosophi corpusculorum, quæ nunquam viderunt, figuras, vias, poros & interstitia, partium intestinum motum, pugnas & conflictus Alkali & Acidi, & quid boni malive exinde oritur ita ad amussim narrant, ut nihil in historia naturali præter fidem desideretur, quoties materiæ subtilis miracula prædicant, miracula dico, nam illud procul-dubio miraculi instar est, quod contra passim notas naturæ leges, & stabilita mechanicæ principia evenit; qualia futura essent omnia naturæ phænomena, si à materia subtili & methodo operandi à physicis tradita producerentur.

Ad ipsam naturam explicandam postulata adhibent quæ nec fieri possunt nec intelligi, & quæ magis implicata sunt, quam illa ipsa phænomena quorum causas investigant. Quod si ipsis sua concedantur postulata, non tamen exinde orientur effectus isti, quorum rationes & origines se eneucleasse gloriantur.

Ne vero quisquam hoc gratis & malevole à nobis dictum suspicetur, theoriam illam, quam ad explicandam affectionem corporum terrestrium omnium maxime universalem condiderunt, examini subjiciamus; gravitatem intelligo, quam ex legibus mecha-

nicis per materiæ subtilis actionem se deduxisse maxime jactitant.

Cartesiani gravitatem ab actione materiæ cœlestis oriri volunt, quæ in vortice agitata circa terram defertur, & proinde quantum possit à terra recedit, & corpora terrestria minus agitata versus terram propellit. Vel, ut clarius recentiores mentem suam explicant, cum materia æthera continuos circa terram gyros perficiat, corporum in circulo moventium ritu, conatum à centro motûs recedendi habebit, adeoque corpora terrestria minorem vim habentia versus centrum protrudet; ut aqua versus terram gravitans corpora minoris pro mole ponderis demersa sursum seu ad circumferentiam pellit.

Hæc utcunque speciosa prima facie videantur, si ad examen revoces, omnibus fere naturæ legibus adversari invenies. Nam primo Cartesiani postulant materiam æthereaam circa terram in circulis deferri; at qua ratione motus iste oriatur, aut quo pacto conservetur æque arduum esset exponere, ac ipsius gravitatis rationem reddere; qui igitur gravitatem exinde ortum suum ducere contendunt ignotum per ignotius explicare suscipiunt, præsertim cum non pauca adduci possunt argumenta quibus istiusmodi rotatio penitus evertitur. Verum Cartesianis concedamus illud postulatum, & videamus utrum exinde sequetur quod volunt phænomenon. Cum necesse sit ut vorticis terram circumrotantis velocitas ad terræ superficiem sit æqualis ipsius terrenæ rotationis velocitati (nam si major esset, aliquid ejus motus in terram impenderetur, quo fieret ut ipsius velocitas semper minueretur & terræ augeretur donec ad æqualitatem pervenirent,) unde ex notis

Terra

Terræ magnitudine & tempore rotationis, dabitur ſpatium, quod corpus urgente vi centrifuga materiæ cœleſtis percurrere poteſt, in dato tempore, æquale ſcil. arcus interea deſcripti quadrato ad circuli diametrum applicato. Per Lem. 2. ad demonſtrationes Theorematum Hugenii *de Vi Centrifuga & Motu Circulari. Ex quo principio ſi calculus ineatur, inveniretur ſpatium quod tempore unius ſcrupuli ſecundi à corpore vi centrifuga ætheris agitati percurrendum non excedere unius pedis dimidium: ſi igitur mechanice produceret effectum gravitatis, tempore unius ſcrupuli ſecundi gravia non ultra dimidium pedis deſcenderent, at gravia in motu ſuo deorſum pedes* 15 *in eo tempore percurrunt, adeoque ſi hoc modo æther gravitatis cauſa eſſet, contra mechanicas leges ageret, efficiendo ut corpus per pedes* 15 *in ſcrupulo ſecundo deſcendat.*

Ut hujus objectionis vim effugiant, ſupponunt materiæ ætheree vertiginem vertigine terræ multo celeriorem. Quod licet fieri non poſſit illud, tamen ſi denuo iis concedamus, nec inde ſequetur mechanica gravitatis actio. Nam cum materia vorticis ſemper defertur in circulis æquatori parallelis, & virium centrifugarum directiones ſecundum lineas in planis horum circulorum jacentes ſemper fiant; oportet ut corpora omnia in hiſce planis deſcendant, & perpendiculariter ad axem, non ad ipſam terram tendant. Si igitur materia ſubtilis mechanice ageret, corpora ad axem recta pelleret, unde cum ſecundum hos Theoriſtas ad centrum terræ tendere cogit, effectum à veris mechanicæ legibus abhorrentem producit.

Ut hanc difficultatem tollant, ulterius ſupponunt

materiam æthereum non in circulis æquatori parallelis, sed in magnis sphæræ circulis deferri; at quo pacto hoc concipi possit, plane nescio; cum enim quivis circulus maximus alios omnes infinitos bis secet, oportet ut motus particulæ cujusvis ab aliis infinitis secundum diversas vias pergentibus impediatur, atque tandem motus ejus sistatur, si primò in omnes partes æqualis impressa fuerit motus quantitas; vel ut ultima in circulis parallelis omnis deferatur, si major fuit ab initio motus versùs unam partem quam aliam. Sed adhuc quæri potest unde fit ut materia ætherea in superficie sphæræ extimæ moveatur, cum vim centrifugam habet, videtur ipsam debere inde recedere; quid igitur est quod ipsam cohibeat? dicunt alia corpora ambientia materiam in extima superficie coarctare & ejus recessum impedire. Cum autem oportet ut materia hæc alia corpora ambientia premat, necesse est ut motum ipsis communicet; & hæc corpora aliis ipsa ambientibus motum etiamnum impriment, atque sic in infinitum propagabitur motus materiæ subtilis, unde necesse est ut celeritas ipsius paulatim languescat.

Aliæ quam plurimæ difficultates mechanicas hasce gravitatis explicationes urgent, quarum unam ad omnes istiusmodi ipsius theorias se extendentem libet proponere. Scilicet si corpus deorsum à materia subtili, quovis modo pellatur, vis qua pellitur necessariò erit ut numerus particularum, quibus simul agentibus versus terram truditur; sed numerus particularum est ut corporis superficies; quare erit vis quâ corpus deorsum premitur ut ejusdem superficies & non ut ipsius quantitas materiæ, quod experientiæ contradicit. Nec cæteras plerasque

omnes,

omnes, quas de aliis rebus condunt hypotheses, si ad examen reducantur, naturæ legibus minus repugnantes inveniemus.

Omnium errorum fons exinde permanasse videtur, quod homines Geometriæ ignari philosophari ausi sunt & rerum naturalium causas reddere. Quid enim aliud præter hallucinationes ab iis expectandum, qui Geometriam totius physicæ fundamentum neglexerunt, & ignotis naturæ viribus per Geometriam tantum æstimandis, ipsius tamen operationes, methodo regulis mechanicis minime congruâ explicare sunt aggressi?

Inter hujusmodi philosophos Cartesius agmen ducit, qui etiamsi Geometra fuerit insignis, ignavo tamen & desidi ut placeret philosophantium populo nullum Geometriæ usum in philosophia sua adhibuit; & quamvis profiteatur se omnia mechanice per materiam & motum explicaturum; philosophiam tamen excogitavit, quæ à veris mechanicæ legibus tantum abhorret quantum quæ longissime. Illius sectæ nomina dant, quicunque recte, hoc est, Geometrice philosophandi laborem refugiunt: magna equidem turba per orbem terrarum longe lateque diffusa.

At licet tanta philosophantium pars umbram philosophiæ non ipsam substantiam amplexa sit; non tamen desunt (nec ut spero unquam deerunt) qui in veris naturæ legibus perscrutandis, & rerum causis per principia mechanica exinde investigandis haud inanem posuerunt operam.

Inter antiquos physicos præcipue eminuit Divinus Archimedes, *qui præter illa Geometrica sui monumenta, Mechanicæ & Staticæ principia duobus libris* De æquiponderantibus *&* De Humido In-

sidentibus

fidentibus *nobis demonstrata reliquit. Post hunc per longam annorum seriem delituit mechanica philosophia, nec nisi paucis quibusdam accuratioris ingenii viris exculta est. Inter quos* Rogerus Bacon Oxoniensis & Hieronymus Cardanus *meritò nominandi sunt. Tandem sub initio seculi ultimo elapsi, nobilis ille Lynceus philosophus* Galileus, *clave Geometrica rursus reseratis naturæ claustris, novam condidit de motu scientiam, & methodum monstravit, qua rerum causæ mechanicæ sint indagandæ. Ejus vestigiis insistentes, insignes viri* Torricellius & Paschalius *philosophiam novis speculationibus adauxerunt. Postquam vero à duobus potentissimis regibus Societates* Londinensis & Parisiensis *ad philosophiam excolendam institutæ fuerint; miris inventis ampliata est rerum naturalium scientia, non iis solum quæ in nuda speculatione versantur, sed aliis quamplurimis quæ hominum utilitatibus inserviunt. Arduum esset negotium innumera illa recensere beneficia, quæ ex utriusque societatis laboribus humano generi provenerunt; nec facile est ostendere, quantum debebit omnis posteritas illustris* Hugenii *Geometricis de motu pendulorum demonstrationibus, aut egregiis nobilis* Boylei *experimentis, quibus admiranda plurima retegit naturæ arcana.* Wallisii *Geometriam de motu, Opus in suo genere perfectissimum, grato animo revolvent seri nepotes. Non ulterius torquebunt philosophos fluviorum & ventorum causæ ab acutissimo Geometra* Halleio *in Transact. Philosoph. tradita, ante ipsum frustra tentatæ.*

Ad aliorum erga rempublicam philosophicam merita commemoranda pergerem, nisi circa Newtoni *præclara*

ra

ra inventa non subsistere nefas ducerem, cujus sagacissimum ingenium plura & abstrusiora patefecit naturæ mysteria quam sperare mortalibus fas erat; cumque illius inventa intra angustos hujus præfatiunculæ limites non sunt coarctanda, sufficiat hoc solum indicâsse: quod quæcunque Patres nostri ab omni temporum memoria de philosophia mechanica nobis tradiderunt, ea ne ad decimam eorum assurgunt partem, quæ proprio Marte, per summam in Geometria peritiam adinvenit Newtonus. *Quam facile autem principia mechanica ad explicandos motus cœlestes ipsorumque inæqualitates, res longe à nobis dissitas, adhibentur, brevi literato orbi patefacient, postquam prodierint Astronomiæ, Physicæ & Geometricæ Elementa* D. Gregorii *M. D. Astronomiæ Professoris Saviliani. Opus cum Sole & Luna duraturum.*

Cum vero talis sit philosophiæ mechanicæ status, ut nulla alia ratione quam per Geometriam aditus ad ipsam pateat; id à me efflagitabant amici mei ut ipsius principia faciliora à primis tantum Geometriæ Elementis pendentia, & quæ exinde fluunt phænomena Juventuti Academicæ exponenda susciperem; quod etiam à me non iniquo jure postulavit Vir Clarissimus & omni literarum genere ornatus Dominus Thomas Millington *Eques M. D. Philosophiæ Naturalis in hac Academia Professor* Seldeianus, *& Collegii Medicorum apud* Londinenses *præses, cum me ad munus hoc obeundum in scholis publicis sufficit. Illius consilio sequentes in Academia lectiones habui; in quibus id præcipue mihi curæ fuit, ut discentium conceptus de generalibus corporum affectionibus rite & distincte for-*

marentur;

marentur; ab obscuris enim & falsis de rebus ideis, omnes in re physica errores originem ducunt; ideoque corporis extensionem soliditatem & divisibilitatem à plerisque satis obscure traditas, quantum potui, dilucide exposui: deinde motûs naturam & proprietates, ab omnibus præterquam quibusdam philosophis satis clare concipiendas, explicui, & leges naturæ exinde deduxi, vim gravitatis seu pondera corporum quantitatibus materiæ in iisdem proportionalia esse, & principium quo per machinas magna pondera elevantur. Ostendi motus deinde leges, & causam accelerationis gravium ab iisdem pendentem, & qua proportione crescunt vel decrescunt spatia à gravibus pro variis temporum intervallis percursa monstravi. Hisce succedunt regulæ congressuum tam in corporibus duris quam elasticis, & modus quo ictus magnitudo æstimanda est: quibus adjunxi motuum compositiones & resolutiones, & alia quædam theoremata, quorum haud exiguus est in philosophia usus: & ut ulterius videant philosophi, quousque se extendat in scientia rerum naturalium Geometriæ etiam elementaris usus, pulcherrima illa Hugenii *theoremata de Vi Centrifuga & Motu Circulari ex Elementis demonstravi.*

In tenebris, quibus fortasse dignæ sunt, Lectiones hæ delituerant, nisi me ignavum nimis ad ipsas edendas excitasset Reverendus Dominus Rogerus Mander *S.T.P. Collegii* Balliolensis *Magister, & hujus Academiæ Vice-Cancellarius, vir non minus bonarum artium quam morum disciplinis intentus, cui proinde lector acceptum referre debet, si quid sequentium lectione profecerit.*

LECTIO

LECTIO. I.

De Methodo Philoſophandi.

QUandoquidem Muneris Noſtri inſtitutum poſtulat, ut coram vobis, Academici, corporum naturas & affectiones explicandas ſuſcipiamus, neceſſarium duximus, priuſquam rem ipſam aggrediamur, quædam, de Phyſicorum ſectis, principiis, & methodis præfari; eamque rationem exponere, quam amplexuri ſumus in ſcientia corporum naturalium inveſtiganda.

Philoſophorum, qui de rebus phyſicis ſcripſerunt, quatuor præ cæteris genera inclaruerunt. Primum eſt eorum, qui rerum naturas per numerorum & figurarum Geometricarum proprietates illuſtrarunt, dicam? an occuluerunt? quales ſcil. fuere Pythagorici & Platonici, quippe qui dogmata ſua temere in profanum vulgus effundere non ſuſtinuerunt, ideoque larvis & Hieroglyphicis ex Geometria & Arithmetica petitis Phyſicam ſuam velarunt, nec quiſquam eorum diſcipulus, niſi poſt plures exactos probationis annos, ad veram phyſicam atque arcanam illorum Philoſophiam perdiſcendam admiſſus fuit. Quamvis hoc modo ſua Philoſophiæ dignitas conſervata fuerit; peſſime tamen nobis horum Philoſophorum poſteris conſultum eſt; exinde enim adeo larvata atque tenebris involuta ad noſtras pervenere manus eorum dogmata, ut quales fuerint veræ de rebus atque rerum naturis ſententiæ, parum conſtet: quantumvis autem obſcuram accepimus hujus ſectæ Philoſophiam, certius tamen ex ea liquet philoſophos illos Geometriam & Arithmeticam

ad ſolvenda naturæ phænomena neceſſarias duxiſſe, atque in hunc finem eas adhibuiſſe.

Secunda phyſicorum gens è Scholâ Peripatetica originem duxit; hæc ſecta per materiam, & formas, privationes, virtutes elementares, qualitates occultas, Sympathias & antipathias, facultates, attractiones & id genus alia phyſicam ſuam explicavit. Verum, ut opinor, hujus nominis philoſophi non tam rerum cauſas indagaſſe viſi ſunt, quam idonea rebus ipſis impoſuiſſe nomina, atque terminos adinveniſſe quibus Actiones naturales rite deſignare poſſumus.

Tertium philoſophantium genus per experimenta procedit: atque in id ſolum incumbit, ut corporis cujuſque proprietates, & actiones omnes, per ſenſuum repræſentamina nobis innoteſcant. hujus ſectæ laboribus haud exigua debet philoſophia incrementa; plura fortaſſe exinde receptura, ſi methodi experimentalis ſectatores nullas ſibi ipſis finxiſſent theorias, ad quas confirmandas experimenta ſua peſſime detorſerunt.

Quarta denique Phyſicorum claſſis mechanica dici ſolet, & qui huic ſectæ nomina dant, omnia naturæ phænomena, per materiam, & motum, partium figuram atque texturam, particulas ſubtiles, atque effluviorum actiones, ſe poſſe enodare putant, atque horum operationes ſecundum notas atque ſtabilitas mechanicæ leges fieri contendunt.

Ex variis hiſce philoſophandi methodis, uti nulla eſt in qua omnia placent, ita in omnibus quædam probare poſſumus; quocirca ut delectus habeatur oportet, ea eligendo quæ uſui maxime futura ſunt, & rationem ex hiſce omnibus compoſitam ſequendo.

Et primo, cum antiquis Pythagoricis & Platonicis, Geometriam & Arithmeticam, tanquam artes ad rite philoſophandum neceſſarias, in auxilium accerſemus, ſine quibus parum admodum certi de cauſis naturalibus conſtabit. Cum enim omnis actio phyſica à motu dependeat, aut ſaltem non fit abſque motu; motûs

quantitas,

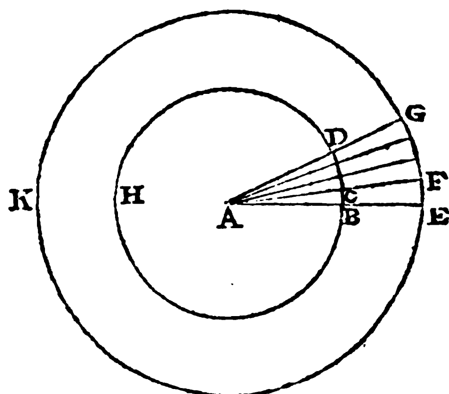
quantitas, & proportio; corporum motorum magnitudines, figuræ, numerus, collisiones, & vires ad alia corpora movenda, investiganda erunt. Verum hæc omnia, nisi ex nota quantitatis & proportionis natura, determinari non possint: adeoque opus erit iis artibus, quæ harum proprietates demonstrant: & proinde Geometria & Arithmetica necessariæ ad rite philosophandum censendæ sunt.

Secundo cum Peripateticis non verebimur usurpare terminos qualitatis, facultatis, attractionis, & similium; non quod his vocibus veram causam seu rationem physicam, & modum actionis definimus; sed quia actiones hæ possunt intendi & remitti, adeoque cum illâ qualitatum proprietate gaudeant, jure possunt earum titulo insigniri, & sub hoc nomine, virium seu intensionis & remissionis rationes expendi possunt. *v. g.* possumus gravitatem qualitatem dicere, qua corpora omnia deorsum feruntur, sive ejus causa à virtute corporis centralis oriatur, sive sit corporibus innata, seu ab actione ætheris vi centrifuga agitati, & altiora petentis procedat; sive demum alio quocunque producatur modo; sic etiam corporum conatus ad se mutuo accedendi attractiones vocabimus, qua voce non determinamus actionis istius causam, sive fiat ab actione corporum vel se mutuo petentium, vel per effluvia emissa se invicem agitantium, seu ab actione ætheris, aut aeris, aut medii cujuscunque corpora innatantia ad se invicem utcunque impellentis, possumus, inquam, has actiones illis vocibus denotare. Et si veræ illarum causæ nos lateant, quidni etiam qualitates occultæ dici mereantur? eodem sane jure, quo in æquatione Algebraica incognitas quantitates literis *x* vel *y* designamus, & methodo haud multum absimili, harum qualitatum intensiones & remissiones, quæ ex positis quibuscunque conditionibus sequuntur, investigari possunt. Libet hanc rem exemplo illustrare.

Utcunque ignota sit qualitatum natura, utcunque nos

lateat operandi modus, possumus tamen de earum intensione & remissione sequens demonstrare Theorema; scil. quod Qualitas seu virtus omnis, quæ undique à centro per rectas lineas propagatur, remittitur in ratione distantiæ duplicata.

Sit A punctum, à quo undique diffunditur qualitas quæcunque, secundum rectas A B, A C, A D, & cæteras innumeras per totum spatium indefinite protensas.



dico intensionem istius qualitatis decrescere in ratione ejus, qua crescunt distantiæ, duplicata; seu quod idem est, intensionem ejus in distantia æquali ipsi A B esse ad illius intensionem in distantia æquali rectæ A E, reciproce in duplicata ratione distantiæ A E ad distantiam A B. hoc est, ut quadratum ipsius A E ad quadratum ipsius A B. Cum ex hypothesi qualitas per rectas lineas undique in orbem propagatur, erit ejus intensio, in quavis à centro distantia, spissitudini radiorum in ea distantia proportionalis; per radios hic intelligimus vias rectilineas per quas diffunditur qualitas; at radii, qui ad distantiam A B diffunduntur per superficiem sphæricam B C D H, ad distantiam A E per totam superficiem sphæricam E F G H sese dispergunt; sed datorum radiorum spissitudines sunt reciproce ut spatia

quæ

quæ ab iis occupantur; nempe si superficies E F G K sit dupla B C D H, erunt radii ad superficiem B C D H duplo confertiores, quàm iidem radii sunt ad superficiem E F G K, & si superficies E F G K sit tripla superficiei B C D H, erunt quoque radii ad superficiem B C D H triplo densiores quàm iidem radii sunt ad superficiem E F G K: & universaliter quamcunque proportionem habet superficies E F G K ad superficiem B C D H, eandem habebit reciproce densitas radiorum ad superficiem B C D H ad densitatem eorundem ad superficiem E F G K. ut constat ex *Arch. de sphæra & cylindro*, superficies sphæricæ sunt in duplicata ratione diametrorum vel semidiametrorum; est igitur spissitudo seu densitas radiorum per quos propagatur qualitas ad distantiam æqualem distantiæ A B, ad eorundem densitatem in distantia æquali A E, reciproce in duplicata ratione semidiametri seu distantiæ A E ad semidiametrum seu distantiam A B; sed ut hactenus dictum est, intensio qualitatis in quavis data distantia est semper ut spissitudo radiorum per quos propagatur in ea distantia; quare erit etiam intensio qualitatis ad distantiam æqualem ipsi A B ad ejusdem intensionem ad distantiam æqualem ipsi A E reciproce in duplicata ratione distantiæ A E ad distantiam A B.

Theorema hoc universaliter demonstravimus quæcunque sit qualitatis natura, modo secundum rectas lineas agat, atque hinc sequitur luminis, caloris, frigoris, odorum, & istiusmodi qualitatum intensiones esse reciproce ut quadrata distantiarum à puncto unde procedant; Hinc etiam comparari inter se possunt actiones solis in diversos planetas, sed hæc non sunt præsentis instituti.

Post notas virium rationes in datis conditionibus seu suppositionibus, conferendæ sunt rationes illæ cum naturæ phænomenis, ut innotescat quænam virium conditiones singulis corporum generibus competunt. Verum ut hoc fiat, plurima in subsidium advocanda sunt

experimenta, qualia ſcilicet tertiæ ſectæ philoſophi nobis tradiderunt; haud ſine cautela tamen illa adhibenda ſunt, quæ non niſi à theoriſta aliquo ad ſuam probandam hypotheſim adducuntur; novimus enim hoc hominum genus, quam impenſe ſuis faveant theoriis, quam vellent eſſe veras, quam facile vel alios decipiant, vel ſeipſos in experimentis perficiendis decipi patiantur; quæ autem ab omnibus afferuntur, quæ quotieſcunque tentata, ſuccedunt, ea tanquam indubitata principiorum ſeu axiomatum loco habebimus, ſimpliciſſimis tamen & monſtratu facillimis plus eſt fidendum, quam magis compoſitis & exploratu difficilioribus.

Denique, Academici, cum antiquis Atomiſtis, & novæ philoſophiæ ſectatoribus, experiemur quæ & qualia phænomena per materiam & motum, & notas atque ſtabilitas Mechanicæ leges explicari poſſunt.

Ut vero tutius in hoc negotio progrediamur, & quantum poſſumus erroris periculum evitemus, ſequentes regulas nobiſmet obſervandas proponimus. Primo, ſecundum Geometrarum methodum definitiones ad rerum intelligentiam neceſſariæ ponendæ ſunt: nolim tamen ut à me expectetis definitiones Logicas ex genere & differentia conſtantes, vel eas, quæ intimam rei definitæ eſſentiam & ultimam cauſam prodant, has aliis diſputandas relinquo; ut ingenue fatear ignorantiam, me latent intimæ rerum naturæ & cauſæ; quicquid mihi de corporibus eorumque actionibus compertum eſt, illud vel à ſenſibus hauſi, vel ex aliqua eorum proprietate mihi per ſenſus nota, deduxi. Sufficiat ergo, ſi loco iſtiuſmodi definitionis, quam afferunt Logici, deſcriptionem adhibeamus; qua ſcilicet res deſcripta clare & diſtincte concipiatur, & ab omni alia diſcernatur. res igitur per proprietates definiemus, unam aliquam ſimplicem aſſumendo, vel etiam plures, quas experientia rebus ipſis competere certiſſime novimus, atque ex illis alias earundem proprietates methodo geometrica deducemus. Contra hanc regulam peccant

plerique

plerique philosophiæ novæ magistri, qui res definiunt non equidem per proprietates rebus ipsis certo competentes, sed per essentias & naturas quas inesse rebus supponunt. Supponunt quidem, at minime interim constat an quales illi definiunt naturas, rebus ipsis revera insunt. E. G. Cartesiani dicunt fluidum esse, cujus partes in continuo motu versantur, verum nec sensu nec experientia nec ratione proditum est talem esse fluidi naturam, imo, quod illi afferunt argumentum ad hypothesin suam stabiliendam, hoc ipsum demonstratione *Geometrica* evertemus. volunt enim corporis in fluido moventis minorem esse resistentiam, si partes fluidi motu intestino cientur, quam si nullus talis adesset fluidi motus; cujus contrarium. cum de fluidorum resistentia agetur, demonstrabimus.

Quanto rectius philosophiæ Mathematicæ scriptores, qui ex notissima fluidi proprietate illius desumunt definitionem, Fluidum dicunt esse corpus cujus partes vi cuicunque illatæ cedunt & cedendo facile moventur inter se? ex qua definitione pulcherrima condunt theoremata ad usus humanos maxime accommoda, cum interea philosophi Cartesiani nihil certum aut solidum, nedum utile, ex sua protulerunt.

2do. In veritate physica investiganda, utile erit conditiones solum primo positas considerare, & ab omnibus aliis, interea temporis abstrahere. Mens enim humana, finita cum sit, si nimia rerum multitudine implicita distrahatur, parum habilis ad Theoremata detegenda reddetur. hanc regulam observant scriptores mechanici in spatiis comparandis à duobus mobilibus percursis. corpora enim mota in illo casu tanquam puncta considerant, ab illorum magnitudine, figura, & colore abstrahentes, quæ longitudinem percursam nullo modo variant.

3tio. Necesse erit à simplicissimis casibus ordiri, atque illis semel stabilitis, exinde ad magis compositos progredi licebit; sic iidem Mechanici corporum motus

in

in vacuo ſeu medio non reſiſtente fieri ſupponunt, atque, motus legibus in illo caſu indagatis, exinde ad medii reſiſtentiæ leges inveſtigandas procedunt, & quales mutationes ex eâ corporibus motis oriri oportent, deinde contemplantur. Quo vero minus corporum motibus reſiſtit medium, eo minus recedunt corporum in eo medio motorum leges, à legibus prius inventis. Sic etiam in hydroſtatica, ſupponitur nullam eſse fluidi tenacitatem, ſeu partium cohærentiam, ſed eas poſse minima qualibet vi à ſe invicem develli; ex qua ſuppoſitione corporum dimerſorum preſſiones & poſitiones determinantur. verum fortaſse nullum eſt in natura fluidum cujus partes omni cohæſione deſtituuntur, adeoque variatio ſeu à legibus prius inventis dicrepantia inveſtiganda erit; & ſi parva admodum ſit partium cohærentia, parva erit etiam & vix ſenſibilis à prædictis legibus diſcrepantia.

Contra hanc methodi legem peccant plerique theoriſtæ, qui, primis & ſimplicioribus Mechanicæ philoſophiæ neglectis vel non ſatis intellectis principiis, ardua & difficillima problemata ſtatim aggrediuntur, & quo pacto mundus aut planeta aut animal fabricari poſſint, temerario auſu oſtendere conantur; quibuſdam in Geometria ſciolis haud abſimiles, qui cum elementa Geometriæ vix primis labiis tetegerunt, quadraturam circuli, anguli triſectionem per rectas lineas & circulares, cubi duplicationem & id genus alia ſtatim adoriuntur. Ita noſtri theoriſtæ, haud bene jactis fundamentis, inſanum extruunt ædificium, unde nil mirum erit, ſi tantæ molis opus ſtatim collabatur, haud ſine ingenti fabricantium dedecore. At rite philoſophantibus alia tentanda eſt via, alia progrediendum eſt methodo, & quamvis nec mundum, nec terram, nec alium quemvis planetam condituri ſunt, efficere tamen poſſunt, ut philoſophiæ mechanicæ principia & fundamenta clare ſtabiliantur, &, quæ exinde conſequi poſſint phænomena, explicentur.

LECTIO II.

De corporis soliditate & extensione.

CORporis definitionem non hic afferemus ex ejus intima natura seu essentia desumptam, qualem non satis perspectam habemus; nec fortasse ad ejus cognitionem unquam sumus perventuri; verum secundum regulam in priore lectione nobis propositam, per notas quasdam illius proprietates, illud ab omni alio entis genere distinguendo, definiemus: Idque corpus dicimus quod extensum est, solidum & mobile.

Nemo, ut opinor, adeo hebeti est ingenio, quin facile percipiat omnis corporis finiti aliquos esse terminos, quos superficies vocamus, harumque unam aliquam ab opposita distare, quin & hujus rursus superficiei cum infinita non sit, dantur extrema, quæ lineas dicimus, quarum necesse est aliquam esse à se invicem distantiam. Verum & harum linearum erunt aliqui termini, quos puncta nominamus, inter quæ denique aliquod intervallum poni oportet: ex hisce omnibus distantiis simul junctis, claram extensionis in trinam dimensionem, ideam percipimus. Etenim distantia inter duas oppositas ejusdem corporis superficies, illius crassities seu profunditas dicitur, distantia inter binas oppositas ejusdem superficiei lineas, latitudo vocatur, & distantia inter utramque lineæ extremitatem corporis longitudo nominari potest, nullum est corpus cui trina hæc dimensio non congruit, & quantulumcunque corpus esse supponamus, necesse tamen erit ut crassitiem latitudinem & longitudinem habeat: quod autem in corpore est, hisce omnibus destitutum, illud non corpus, sed punctum est, nec ipsa magnitudo sed magnitudinis initium aut finis.

Soliditas est ea corporis proprietas, per quam omnibus aliis corporibus undequaque prementibus resistit, & quamdiu aliquem occupat locum, alia corpora omnia, quantacunque cum vi illud urgeant, in eodem intrare prohibet. Sic *v.g.* si corpus aliquod intra manus teneatur quamtumvis magna vi prematur, manus tamen ad mutuos contactus pervenire non patietur.

Hæc est illa proprietas, quam plerique Peripatetici impenetrabilitatem vocant, qua scil. duo corpora non possunt esse simul in eodem loco, vel se mutuo penetrare, ego tamen cum illustri hujus ætatis philosopho, soliditatem malui appellare. Hæc etiam proprietas ita omnibus corporibus essentialis videtur ut nihil aliud in rerum natura, esse cernimus, cui competere possit; etsi enim dantur aliæ magnitudinis species, sola tamen magnitudo corporea soliditatem admittit, reliqua quanta, vel etiam non quanta, seu puncta, possunt sese mutuo penetrare, uniri, & in eodem esse loco: quippe si duo Globi sibi mutuo occurrant, in concursu punctum unius unietur cum puncto alterius, seu congruent vel in eodem erunt spatii puncto, similiter si sint duo cubi æquales, potest eorum unus super alterum imponi, ita ut duæ eorum superficies quadratæ congruant, latera nempe unius quadrati cum alterius quadrati lateribus coincidant; & anguli unius cum alterius angulis unientur, quæ proinde quantitates sese penetrabunt & in eodem erunt loco, quod ut ipsis contingat corporibus impossibile est.

Hinc facile perspicitis Academici quam diverso sensu soliditatis vocem usurpamus ab eo qui apud Geometras habetur, qui solida, sese mutuo penetrare posse, supponunt; V G cum demonstrat Euclides (Elemento) undecimo duo solida parallelepipeda super eadem basi, inter eadem parallela plana constituta, esse inter se æqualia; cum autem duo diversa parallelepipeda sic constituta sese penetrare necesse est: liquet Geometras sua solida tanquam penetrabilia supponere, soliditatis igitur

tur vocem, diverſo prorſus ſenſu accipiunt Geometræ, quam philoſophi, nec ſua ſolida magnitudini penetrabili opponunt, ſed planæ ſeu ſuperficiebus, angulis planis, & lineis, omne enim illud apud eos ſolidum eſt, quod trina dimenſione conſtat.

At alterius generis eſt illa ſoliditas ab eâ, quam ut ad corpora ſolummodo pertinere diximus, ita etiam omnibus corporum generibus ineſt, ſive fluida ſint, ſive dura, ſive firma, & fixa ſint, ſeu facile mobilia & ictui cedentia, Seu gravia admodum ſint, ſive parum habeant ponderis, vel ſi omnino levia forent, ſi modo talia darentur corpora. non enim minus prohibet duorum quorumvis corporum contactum gutta aquæ, vel aeris particula inter duo illa corpora immota manens quam duriſſimum ferrum aut Adamas.

Per hanc denique proprietatem, diſtinguitur corpus, ab alio extenſionis genere, quod penetrabile concipimus, & ſpatium vocamus, in quo omnia corpora locari & moveri cernimus, illud ipſum ut immobile ſpectantes.

Carteſiani, qui corpus per ejus naturam (quam in ſola extenſione conſiſtere volunt) definiunt, nullum agnoſcunt ſpatium, ſeu extenſum, quod non ſit corporeum; verum cum nos ſpatii ideam, à corporis idea diſtinctam habemus, vel ſaltem nos habere imaginamur; peccant contra bonæ methodi leges, qui corporis naturam ſeu eſſentiam intimam, in aliquo ejus attributo ponunt, quod an illi ſoli competat, non certe conſtat.

At dicunt Carteſiani Corporis naturam, in alio nullo, illius attributo conſiſtere poſſe, cum nec durities, nec colores, nec pondus, nec figuræ, nec ſapores, nec quelibet iſtiuſmodi qualitatum ſenſum afficientium, illius eſſentiam conſtituere poſſunt; omnia quippe hæc attributa poſſunt à corpore tolli, integra tamen manente corporis natura, ſublata tamen extenſione, ſtatim tolletur ens corporeum, adeoque in ſola extenſione corporis naturam ſitam eſſe neceſſe eſt.

Hoc est ipsius Cartesii argumentum, philosopho prorsus indignum, nihil enim exinde sequitur, nisi quod sensibiles illæ, quas affert, qualitates non sunt de essentia corporis, extensionem tamen esse attributum corpori necessarium & *essentiale*; at quid inde? potestne unum universale attributum, duabus diversis rerum speciebus, convenire? an necesse est ut res omnes, quæ idem habent attributum, eandem habeant etiam naturam, & essentiam? Si verum hoc sit, nulla erit rerum distinctio, nulla diversitas. Quamvis igitur spatium & corpus, unum & idem habent essentiale attributum, utrique commune, sunt tamen res omnino diversæ; & alia dantur etiam essentialia attributa, singulis propria, per quæ satis distinguuntnr.

In primis supra descripta soliditas solis corporibus propria est, & illis omnibus ita essentialis, ut ab iis ne vel cogitatione divelli possit, quin simul sustuleris ipsam quam assumpsisti, corporis ideam; adeoque si in uno aliquo attributo, corporis essentia, & intima natura ponenda sit, multo potiore jure hanc sibi vendicabit soliditas, quam extensio; præsertim cum aliud videtur esse entis genus à corpore diversum, quod spatium dicimus, cui etiam congruit extensio; saltem contrarium non constat.

Præterea, hujus spatii ideam à corporis idea omnino distinctam habemus, utrumque vendicare videtur attributa, non diversa solum & sibi propria, sed ita contraria ut impossibile sit, illa tanquam uni & eidem inherentia subjecto concipere. corpus nempe, tanquam solidum seu impenetrabile, mobile, & divisibile apprehendimus, cujus partes disjungi, separari, & ad quamlibet à se invicem distantiam poni possunt. potest unum corpus alteri corpori moventi obstare, potest ipsius motum sistere, vel saltem diminuere; potest etiam corpus alteri quiescenti, vel minori cum vi ad easdem vel contrarias partes moventi, motum suum communicare, atque illud secum abripere.

E con-

E contra, ſpatium concipimus, tanquam illud in quo corpus omne locatur, ſeu ſuum habet ubi; quod omnino penetrabile ſit, omnia in ſe recipiens corpora, nec ullius rei refugiens ingreſſum; quod immobiliter fixum eſt, nullius actionis, formæ, ſeu qualitatis capax; cujus partes à ſe invicem ſeparari nulla vi poſſunt, ſed ſpatium ipſum immobile manens, mobilium ſucceſſiones excipit, motuum velocitatem determinat, & rerum diſtantias metitur: hæc ſpatii & corporis tam diſſona & repugnantia attributa eidem ſubjecto competere impoſſibile eſt.

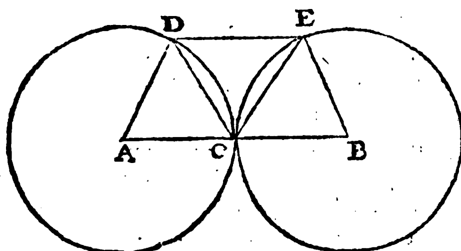
Reſpondebunt forte Carteſiani, ideam illam qualem nos dedimus ſpatii à corpore diſtincti, imaginariam prorſus eſſe & chimericam, cui ſcil. aliquid ſimile, in rerum natura, nulla potentia exiſtere poteſt. Verum contra Carteſianos in promptu eſt demonſtrare, revera dari ſpatium à corpore diſtinctum, vel ſpatium & corpus non eſſe prorſus idem: ſed primo advertendum eſt nos, realem ſpatii corporis vacui exiſtentiam, in hoc loco non eſſe evicturos, illud in alia lectione præſtandum erit, ſufficiet in præſentia, illius poſſibilitatem aſtruere.

Ponamus ergo vas quodcunque, & aere primo repleatur, deinde exhauriatur intra vas contentus aer, vel per divinam potentiam annihiletur, & omne aliud corpus in illius locum ingredi prohibeatur. quæro jam an in tali rerum conditione, ſpatium futurum ſit à corporibus vacuum? corpus omne quod in vaſe continebatur, deſtructum eſt, omnis alterius corporis ingreſſus prohibetur, & vas ſuam figuram conſervare ſupponitur, certe neceſſarium eſſe videtur, ut vacuum ſeu ſpatium corpore non repletum detur: reſpondent Carteſiani hiſce ſuppoſitis, vaſis latera corruitura, & ad ſe invicem neceſſario acceſſura. At cum ſecundum ipſos Carteſianos nullum corpus poteſt ſe ipſum movere, cumque ex hypotheſi, nullum aliud eſt corpus quod vaſis latera ad ſe invicem pellat, nullus etiam ſequetur

eorum ad se invicem accessus. dicent forsan aerem undequaque diffusum & vasis latera circumcirca prementem, istius motus causam fore. Verum cum pressio aeris sit vis finitæ, talis potest esse vasis firmitas, quæ isti pressioni æquipollere potest, adeoque vas suam conservare figuram. sed demus illis vasis latera corruitura, quæro quodnam corpus in illorum locum successurum erit? (respondebunt) aer, quodnam corpus locum ab eo aere derelictum possidebit? alius (forsasse dicent) aer successurus erit; at tandem subsistere oportet, & ad corpus aliquod pervenire necesse est, in cujus locum nullum aliud corpus ingreditur, absurdum enim est dari progressum in infinitum, vacuum igitur in illo casu necessario dabitur.

Sed & alia invicta demonstratione ex Geometria petita, spatii corporis vacui possibilem saltem existentiam ostendemus: ad quod præstandum præmittimus duo sequentia effata tanquam axiomata à nemine philosophorum in dubio vocanda; Primum est, quod corpus nullum, aut nulla materiæ pars, alterius corporis existentia indigeat, ad suam existentiam. V G potest sphæra existere sive aliud quodcunque corpus existat aut non existat; hoc ex natura substantiæ clare sequitur. 2*do*. Potest corpus aliquod, saltem si durum sit, suam conservare figuram si nulla sunt corpora externa, vel nulla agentia quæ ei mutationem inferre conantur; Certe agnoscendum est, Deum posse corpus quodlibet in eodem statu atque situ conservare, & quæcunque extrinsecus accidant, potest nihilominus figura corporis immutata manere.

Cum igitur sphæra una vel etiam plures possunt existere, nullis aliis existentibus corporibus; ponamus omnia alia corpora à Deo anihilari, præter duas sphæras; vel potius fingamus omnem materiam mundanam in duas sphæras coacervari, quæ exponantur per duos circulos, quorum centra sint A & B, cumque supponitur nullum aliud existere corpus, possunt corpora illa



sphærica suam conservare figuram, cum nullum ponitur agens externum quod figuram sphæricam destruat vel mutet, duæ igitur illæ sphæræ, vel contiguæ sunt vel disjunctæ, disjunctæ si fient; ergo erit spatium aliquod intermedium, nullo corpore repletum; adeoque omne spatium non erit corpus. Si vero sphæræ sese mutuo tangant; illas sphæras in unico puncto sese tangere necesse est, per demonstrata in Elementis, inter alia igitur sphærarum puncta est aliquid medii, hoc est spatium aliquod interjacebit, sumantur enim duo quæcunque extra contactum, puta D & E, si inter illa puncta nullum interveniat spatium, hoc est nulla distantia, sphæræ illæ in iisdem punctis sese contingent, quod est impossibile.

Vel ulterius sic ostensive demonstrare potest spatium ab omni corpore vacuum. Ponamus duas sphæras, in quibus omnis materia mundana cumulari supponitur, esse æquales, in utraque accommodentur rectæ CD CE semidiametro utriusvis sphæræ æquales, jungatur DE erit hæc recta semidiametro sphæræ æqualis, ducantur enim AD DE, & quia in triangulis æquilateris ACD BCE anguli ACD BCE sunt utervis duorum rectorum pars tertia, erit angulus DCE duorum rectorum etiam pars tertia, omnes enim anguli ad punctum C constituunt duos rectos; unde cum DC CE æquales sunt, erunt anguli CDE & CED etiam æquales, at simul sumpti conficiunt duorum rectorum

duas

duas partes tertias , quare utervis erit duorum rectorum una pars tertia, æquiangulum igitur erit triangulum DCE; adeoque erit DE æqualis semidiametro utriusvis sphæræ, nec in hoc casu major vel minor esse potest. similiter inter alia quæcunque sphærarum puncta extra contactum ad C, erit distantia quædam ad sphærarum diametrum determinabilem habens rationem, adeoque erit inter eas sphæras spatium certum & determinatum, nullo corpore repletum; verum in eo spatio potest admitti corpus cujus dimensiones dictis congruunt distantiis, quod vero majores habet dimensiones nulla potentia potest in prædicto spatio locari, unde cum proprietates tales prædicto spatio demonstrative congruant, & nemine cogitante potest tale spatium revera existere, clare sequitur contra Cartesianos, ideam quam de spatio habemus non esse Chimericam aut imaginariam, quod enim Chimericum est, nullam habere potest extra intellectum existentiam.

Statuendum igitur est revera esse spatium ab omni corpore distinctum. Quod sit vas universale intra quod omnia corpora continentur & moventur. At qualis sit hujus spatii natura, num sit quid positivum, actu per se extensum, & reali dimensione præditum, sive ejus extensio oritur ex relatione corporum in eo existentium, adeo ut sit mera capacitas, ponibilitas, seu interponibilitas, ut nonnullis loqui placet, & in eadem entium classe ponendum, quo mobilitas & contiguitas, sive spatium nostrum sit ipsa divina immensitas, quæ est per omnia & in omnibus, sive sit creatum aut increatum, finitum vel infinitum, à Deo dependens, vel independens, hic non disquiremus; hæc omnia metaphysicis disputanda relinquimus. nostro negotio sufficiet quasdam illius proprietates exposuisse, & ejus distinctionem seu naturam à corporis natura diversam adstruxisse & demonstrasse; qui plura velit philosophos consulat.

LECTIO. III.

De Magnitudinum Divisibilitate.

QUamvis, Academici, spatium à corpore realiter distinctum esse, plurimis demonstrari potest argumentis, & hactenus quædam attulimus quæ insolubilia esse videntur; in eo tamen conveniunt ambo, quod extensio universale sit attributum ad utrumque necessario & essentialiter pertinens. Priusquam igitur ulterius progrediamur, non abs re alienum erit, generalem quandam extensionis affectionem, illius nempe divisibilitatem exponere.

Hæc extensionis proprietas omni magnitudinis speciei, tam lineis quam superficiebus, tam spatio quam corpori competit, & necessario inest. Per divisibilitatem autem non hic loci intelligimus actualem partium à se invicem separationem, quæ motum supponit qualem quidem spatii natura non admittit, nec talem separationem demonstrationes ex Geometria accersitæ probant, verum nostra, quam hic evincere conabimur, divisibilitas est solum magnitudinis cujusvis in suas partes resolutio, seu earum distinctio, & assignabilitas. V G cum docet Euclides, in propositione nona Elementi primi, angulum quemvis rectilineum bifariam secare, non in ea methodum ostendit, qua una anguli pars media ab altera divulsa recedat, & ad datam ab ea distantiam ponatur: sed methodum tantum tradit qua linea ducatur ita angulum in duos alios angulos dividens, ut qui ab una istius lineæ parte jacet angulus, æqualis sit ei qui ad alteram partem existit. sic etiam cum, in propositione sequenti, docet rectam quamvis bisecare, docet tantum assignare punctum medium datam rectam in duas partes æquales dirimens, quod sit

utriusque partis communis terminus, vel illud, ubi desinit una partium æqualium, & incipit altera. Hæc magnitudinis in partes resolutio ita ei intima & essentialis est, ut illud quod partes non habet, scil. punctum, non magnitudo sed magnitudinis initium dicitur vel finis, nec magnitudo quævis ex punctis potest conflari licet numero infinitis; omnis vero magnitudo non ex punctis sed partibus, aliis nempe ejusdem generis magnitudinibus componitur, quarum unaquæque ex aliis etiam conflatur partibus, & rursus quælibet harum partium alias adhuc in se continet partes, & sic in infinitum; nec unquam ad magnitudinem tam parvam pervenire possumus, quin adhuc in plures dividi potest partes, nec ullum datur in quacunque magnitudinis specie minimum, sed quicquid dividitur, dividitur in partes adhuc etiam divisibiles. Hæc semper ulterior materiæ in partes resolutio illius divisibilitas in infinitum à philosophis nuncupatur; & recte sane, cum nulla assignari potest quantitas materiæ adeo minuta, & numerus finitus adeo magnus, quin numerus partium eam quantitatem componentium, in quas scil. resolvi potest illa quantitas, major erit numero illo utcunque magno; nam *illud infinitum vocamus quod omni finito majus est.*

Quoniam autem Infinita hæc materiæ divisibilitas rationibus ex Geometria petitis demonstranda erit, & cum hodie extat quædam philosophorum gens Geometriam ex physica exulare cupiens, eo quod ipsi hujus divinæ scientiæ imperiti, volunt tamen esse aliquid, & inter doctissimos haberi, adeoque nullum non movent lapidem, quo harum demonstrationum vim irrito utcunque convellant conatu. Necesse erit, priusquam argumenta nostra Geometrica proferamus, eorum vim stabilire & objectionibus quibusdam respondere.

Cum vero, inter hujus generis philosophos, eminet vir Clar. *Joannes Baptista Du Hamel* philosophiæ *Burgundicæ* scriptor, libet illius sententiam super hac

re

re proferre. Dicit igitur hypotheses Geometricas nec veras esse nec possibiles, cum scil. nec puncta, nec lineæ, nec superficies, prout à Geometris concipiuntur, vere in rerum natura existant; adeoque demonstrationes, quæ ex his afferuntur, ad res actu existentes applicari non posse, cum scil. nihil eorum vere existit nisi in ideis nostris: jubet igitur Geometras sibi suas servare demonstrationes, nec eas ad physicam transferre, quæ non lucem sed majores huic scientiæ offundant tenebras. Miror ego hujus viri alias doctissimi in hacce re imperitiam, potuit sane eodem jure suppositiones etiam quascunque physicas sustulisse, cum hypotheses Geometricæ æquè certæ & æquè possibiles sunt & reales, ac illæ sunt, quas physicas dicit: imo si existit corpus, necessario etiam existent vera puncta, veræ lineæ & veræ superficies, prout à Geometris concipiuntur; quod facile ostendemus. Nam si datur corpus, illud cum infinitum non sit, suos habebit terminos, corporis vero termini sunt superficies, & termini illi nullam habent profunditatem; si enim haberent, eo ipso quod profunditatem haberent, corpora essent, haberentque illa corpora alios rursus terminos, qui superficies essenta, deoque esset superficiei superficies. vel igitur superficies illa omni destituta est profunditate, vel etiam profunditatem habebit, si prius, habemus quod petimus, sin posterius, ad aliam rursus pervenimus superficiem; atque sic progrederetur in infinitum quod est absurdum: quare dicendum est terminos illos omni profunditate carere, ac proinde veræ erunt superficies, & prout à Geometris concipiuntur absque profunditate, seu quæ longitudinem & latitudinem tantum habent, ad suam essentiam constituendam.

Rursus, cum superficies illa infinita non est, suis etiam claudetur terminis, termini vero illi lineæ dicuntur, quæ revera nullam habent latitudinem, alìas enim superficies essent & suos etiam haberent terminos, quos saltem concipere oportet omni latitu-

dine destitutos; non enim (ut prius dictum est) dari potest progressus in infinitum, unde sequitur dari lineas, quæ sunt tantum longæ absque omni latitudine. eodem prorsus modo, & lineis sui etiam competunt termini qui puncta vocantur, quibus nec longitudo, nec latitudo, nec profunditas convenit. Quare si corpus existere supponatur, necessario tam superficies, quam lineæ & puncta Geometrica non tantum ut possibilia, sed etiam ut verè existentia ponentur.

Sed respondebunt puncta illa, lineas & superficies non esse materialia. Quid inde? quis unquam dixit punctum mathematicum materiam esse? quis superficiem materialem agnoscit? si materialis esset, suam haberet etiam superficiem sive terminum, superficiei autem superficiem quis unquam imaginatus est? verum etiamsi nec superficies, nec lineæ, nec puncta sunt ipsa materia, in ea tamen existunt vel existere possunt, tanquam illius modi, termini seu accidentia; eodem prorsus modo, quo figura non est ipsum corpus, sed ejus tantum affectio, qua corpus sub datis terminis comprehenditur, habetque hæc proprietates reales à corporis proprietatibus omnino distinctas.

Sed rursus objiciunt nostri ἀγεωμέτρητοι philosophi, nullam esse in rerum natura superficiem, perfecte planam, nullum corpus perfecte sphæricum quale sibi fingunt Geometræ, nec curvam ullam perfecte circularem. at quo pacto hoc illis innotuit? an omnia viderunt quotquot sunt in mundo corpora? & per microscopia ea contemplati sunt? dicent fortasse, corporum superficies planas vel sphæricas esse non posse, quia in harum figurarum naturis est contradictio quædam & impossibilitas; at, ut contradictionem ostendant velim; corpus omne aliqua saltem figura terminari necesse est, superficies planæ vel sphæricæ sunt omnium conceptu facillimæ & simplicissimæ, qualis igitur est in illis repugnantia ut impossibile sit corpus sub istiusmodi superficiebus comprehendi? credo neminem esse,

qui

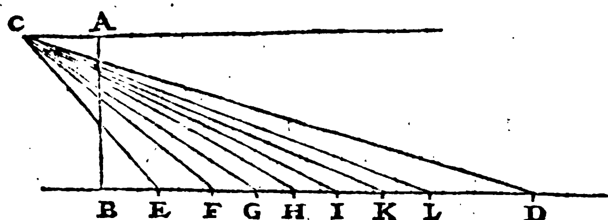
qui Geometriam vel primis labiis tetigerit, quin harum figurarum naturam & proprietates magis perſpectas habet, & plures earum affectiones novit, quam omnes iſtiuſmodi philoſophi intelligunt, vel fortaſſe unquam ſunt intellecturi; at horum nemo talem deprehendit in hiſce figuris repugnantiam; nullus Geometra iſtiuſmodi contradictiones in figurarum naturis unquam ſuſpicatus eſt; è contra, harum poſſibilitatem evincunt tot pulchræ earum proprietates à Geometris detectæ atque demonſtratæ, nam rei impoſſibilis nulla eſt vera proprietas, nulla demonſtratio. reſtat igitur, ut has figuras tanquam poſſibiles agnoſcant; & ſi poſſibiles ſunt, poteſt Deus materiam in corpora iſtiuſmodi ſuperficies habentia formare; ponamus igitur duo corpora ſphærica, quorum unum planis, alterum ſphæricâ terminatur ſuperficie, ſi igitur corpus ſphæricum ſuper plano conſtituatur, illud vere continget: at continget in unico tantum & indiviſibili puncto, ſeu in puncto quod partes non habet, per Cor. prop. 2. El. 3^{tii}. & proinde erit in illo caſu verum punctum. Sed ulterius, ponamus corpus ſphæricum ſuper plana ſuperficie movere, ſeu progredi abſque omni circa axem aliquem rotatione, ita ſcil. ut punctum ſphæræ planum contingens ſemper in eodem plano inveniatur, eritque via, quam punctum illud motu ſuo deſcribit, linea vere mathematica abſque omni latitudine, & ſi quidem ſit via breviſſima inter duo quælibet puncta in illo plano, orietur ex motu illo linea recta, ſin alias, curva vel ex pluribus rectis compoſita, vel partim ex his partim ex illis conflata: puncta igitur, lineæ, & ſuperficies, prout à Geometris concipiuntur vel finguntur, ſunt poſſibilia, quod oſtendi oportebat: aliis etiam innumeris modis poteſt eorum poſſibilitas demonſtrari, verum piget hiſce ineptiis diutius immorari. hoc tantum libet admonere, quod inter duo quælibet duorum corporum puncta erit diſtantia data & determinata; v. g. inter ſolis & ſtellæ fixæ centra, eſt determinata

 diſtantia,

distantia, quæ per rectam lineam mensuratur duo illa puncta interjacentem; quæ erit omnium linearum quæ a puncto uno ad alterum duci possunt, brevissima, & minimo tempore data velocitate peragranda; hæc inquam distantia eadem manet, qualiscunque futura sit corporis intermedii figura, sive planis claudatur, sive sphæricis contineatur superficiebus, sive demum absit omne corpus medium & nihil intersit præter spatium; eadem manebit linea magnitudine & positione, quamdiu corporum centra immota manent.

Stabilitis jam principiis ad propositum redeo, ut scil. demonstretur extensionem omnem, tam corpoream, quam incorpoream, in infinitum esse divisibilem, seu partes habere numero infinitas, quod pluribus invictis rationibus probari conabimur. Prima sit hæc, exponatur linea quævis A B; dico illam divisibilem esse in partes numero omni finito numero dato majores.

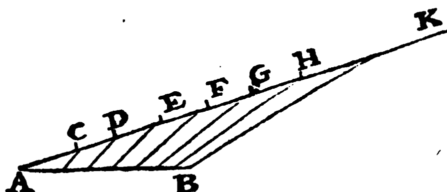
Ducatur per A recta quævis A C, & huic per punctum



B parallela ducatur B D & in A C, capiatur punctum quodvis C; si igitur recta A B non est divisibilis in infinitum partium numerum, divisibilis tantum erit in numerum partium finitum; sit ille numerus qualiscunque *v. g.* sex: in linea B D ad partes puncto C oppositas capiantur quotcunque puncta plura quam sex *v. g.* puncta E,F,G,H,I,K,L & ducantur per postulatum primum C E, C F, C G, C H, C I, C K, C L, hæ ductæ divident rectam A B in tot partes quot sunt rectæ; si enim non divident, ergo plures rectæ in uno aliquo

puncto rectam A B interſecabunt; ſed omnes ſe interſecant in communi puncto C, quare duæ aliquæ rectæ ſeſe bis ſecabunt, & proinde vel ſpatium comprehendent, vel habebunt idem ſegmentum commune; quorum utrumque eſt contra axiomata in Elementis poſita. dividitur igitur A B in tot partes diverſas, quot ſunt rectæ, ſed tot ſunt rectæ, quot puncta in recta B D ſumpta fuere, quare cum ſumpta fuere plura puncta quam ſex, erit linea A B in plures partes quam ſex diviſibilis. Eodem modo, quantumvis magnus ponatur numerus, oſtendi poteſt lineam A B eſſe diviſibilem in partes numero majores illo numero: majorem ſcil. aſſumendo in recta B D punctorum numerum; quod facile fieri poteſt, cum nullus ſit numerus finitus ita magnus, quin major ſumi poteſt, idque in data quavis ratione majoris inæqualitatis, atque ducendo rectas à puncto C ad puncta in recta B D aſſumpta; hæ quippe rectæ rectam A B divident in tot partes, quot ſunt rectæ, adeoque in plures partes, quam numerus primo poſitus (utcunque magnus ſit) conſtat unitatibus; erit itaque recta A B diviſibilis in plures partes quam per ullum numerum finitum exprimi poteſt, adeoque erit diviſibilis in infinitum Q. E. D.

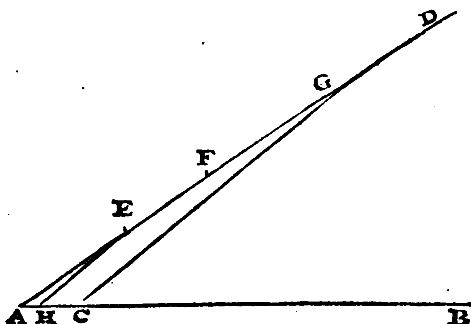
Argumentum ſecundum. exponatur recta quæcunque A B, dico illam diviſibilem eſſe in infinitas numero



partes; ſi enim non eſt diviſibilis in partes numero infinitas, diviſibilis erit in partes numero finitas, ſit ille numerus quivis *v.g.* quinarius; ducatur recta quævis A K angulum utcunque cum A B continens, in eaque, quan-

tum opus est producta, capiantur quot volueris puncta plura quam quinque, sint *v.g.* C,D,E,F,G,H,K; jungatur K B, perque puncta C,D,E,F,G,H ducantur rectæ ipsi K B parallelæ, divident hæ necessario rectam A B in tot partes quot sunt rectæ; si enim non dividant, ergo plures rectæ in uno puncto concurrent, at non concurrent, cum parallelæ ponuntur, quare unaquæque recta in diverso puncto rectam A B intersecabit, & omnes in tot partes rectam A B divident quot sunt rectæ parallelæ ductæ, at ductæ sunt plures quam quinque, ergo divisa erit recta A B in plures partes quam quinque; idem de alio quovis numero dicendum erit, quare nullus est numerus tam magnus, quin numerus partium in quas recta A B est divisibilis, erit illo numero major, adeoque recta A B est divisibilis in infinitum.

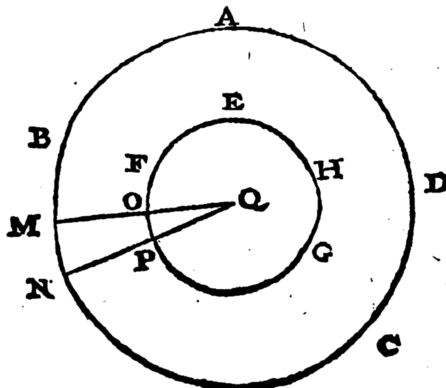
3tio. Si quantitas non est divisibilis in infinitum, divisibilis erit in partes ulterius non divisibiles, at nulla est pars quæ ulterius dividi non potest: quia nulla datur quantitas tam parva, quin adhuc minor accipi potest, idque in data ratione minoris inæqualitatis. sit enim recta A B, & ejus pars quantumvis parva sit A C, dico ipsâ A C minorem lineam accipi posse, in ratione



quacunque minoris inæqualitatis, *v.g.* ut unum ad tria. ducatur à puncto A recta quævis A D, inque ea accipiantur rectæ A E, E F, F G æquales, jungatur G C & per

per E agatur EH ipsi GC parallela, erit recta AH ipsius AC pars tertia: demonstratio constat ex *nona propositione Elementi* 6ti. adeoque recta AC non erit minima quæ accipi potest. idem de alia quavis recta demonstrari potest, ac proinde nulla est in natura quantitas minima.

Præterea, si quantitas ex indivisibilibus componeretur, multa exinde sequerentur absurda, sint enim *v. g.* duo circuli ABCD EFGH concentrici, dividaturque circumferentia major in partes suas indivisibiles, & ducantur à centro Q ad singulas hasce partes rectæ, quæ



circumferentiam utramque in æquales numero partes divident, & circumferentia major ABCD in partes suas minimas divisa erit, quare & circumferentia minor EFG tot partibus minimis seu indivisibilibus constabit, quot constat ABC circumferentia, adeoque cum indivisibile indivisibili æquale sit, erit circumferentia EFGH æqualis circumferentiæ ABCD; minor majori, quod fieri non potest.

Ultimo, ex hac quantitatis ex indivisibilibus compositione sequitur nullas dari magnitudines incommensurabiles, contra quod à Geometris passim demonstratur. Nam si magnitudo omnis ex indivisibilibus con-

ſtaret, indiviſibile illud eſſet omnium magnitudinum ejuſdem generis adæquata & communis menſura, in omnibus enim aliquoties exacte continebitur, adeoque omnes magnitudines communem menſuram habebunt, & latus quadrati illius diagonio eſſet commenſurabile. contra ultimam propoſitionem Elementi decimi.

Innumeræ aliæ poſſunt adduci demonſtrationes, quibus continui infinita diviſibilitas oſtendatur, & indiviſibilium hypotheſis funditus evertatur. Sed quid opus eſt pluribus? cum hactenus allata argumenta non minorem habent vim ad aſſenſum cogendum; quam demonſtratio quævis in Elementis Euclidis; imo impoſſibile eſt ut ea convellatur, quin ſimul Divinæ Geometriæ fundamenta corruant; quæ tamen nulla unquam ætas, nulla philoſophorum hereſis labefactare potuit.

Ut igitur argumentorum ictus divitent philoſophi, diſtinguunt inter corpus mathematicum & corpus phyſicum; Corpus ſcil. mathematicum diviſibile eſſe in infinitum, demonſtrationum vi coacti lubenter agnoſcunt; at corpus phyſicum in partes ulterius diviſibiles ſemper reſolvi poſſe negant; ſed quid quæſo eſt corpus mathematicum niſi quiddam in trinam dimenſionem extenſum? nonne corpori mathematico competit diviſibilitas eo quod extenſum eſt? at eodem etiam modo extenditur corpus phyſicum; quare cum diviſibilitas ab ipſius extenſionis natura & eſſentia dependit, & inde ortum ſuum trahit, illam omnibus extenſis tam phyſicis quam Mathematicis convenire neceſſe erit. ut enim Logicorum phraſi utar, quicquid prædicatur de genere, prædicatur de omnibus ſpeciebus ſub eo genere contentis.

Eſt alia apud philoſophos haud abſimilis diſtinctio, qua corpus quodvis mathematice diviſibile eſſe in infinitum concedunt, diviſibile autem eſſe phyſice negant. ſi ullus ſit horum verborum ſenſus, hic erit. Corpus eſſe mathematice, hoc eſt, realiter & demonſtrative diviſibile

visibile in infinitum concedunt, physice autem seu secundum falsam suam hypothesin negant; atque sic habebunt distinctionem, contra quam nihil urgeri potest. Quoniam philosophi, contra quos disputamus, demonstrationibus Geometricis non satis assueti sunt, & proinde earum evidentiam non facile perspiciant, priusquam huic lectioni finem imponimus, libet unum argumentum physicum ex motu petitum, pro infinita continui divisibilitate proferre; scil. si continuum ex indivisibilibus constaret, sequeretur omnes motus æquiveloces fore, nec minus in eodem tempore conficiet spatium segnissima testudo, quam ποδώκης Achilles. ponamus enim Achillem velocissime cursurum & testudinem segnissime repturam; si continuum ex indivisibilibus constaret, non potest testudo in aliquo dato tempore minus conficere spatium quam Achilles; nam si Achilles in uno temporis instanti, indivisibile pertransit spatium, non potest testudo minus spatium in eodem temporis momento transire, quia ex hypothesi non datur minus. Indivisibile enim alio indivisibili minus non erit, ergo pertransibit æquale; idem de alio quovis temporis momento dicendum est: ergo semper ab utroque percurrentur spatia æqualia; & proinde Achilles velocissimus non plus conficiet spatii quam testudo lentissima. quod est absurdum. Alia ejusdem generis absurda ex eadem indivisibilium hypothesi deduci possunt, verum quæ dicta sunt sufficiant.

LECTIO IV.

In qua respondetur objectionibus contra materiæ divisibilitatem afferri solitis.

HActenus, Academici, argumenta exposuimus, quibus continuam materiæ in infinitas numero partes divisionem clare satis demonstravimus; restat ut objectionibus seu philosophorum argutiis respondeamus. Sunt enim philosophi haud pauci, qui nescio qua idearum obscuritate laborantes, & demonstrationum, quas attulimus, evidentiam non satis perspicientes, contra rem tam manifeste veram argumenta sua proferre non audeant tantum, verum & illis placet specioso demonstrationum titulo ea insignire. ast ego, qui plures illorum evolvi libros, nunquam incidi in quicquam ab iis de hacce re scriptum, quod rationis quidem speciem haberet; adeo equidem sunt demonstrationibus destituti, ut ne minimam demonstrationis umbram in iis quisquam Geometra, etsi Linceis donatus fuerit oculis, perspiciet. Fateor tamen esse aliquid in natura infiniti, quod humano intellectui haud adæquate comprehensibile esse videtur; adeoque non mirum erit, si ex ea quædam sequuntur, quæ hominum mentes densa caligine involutæ concipere non possunt: & speciatim in hac, quam nunc prosequimur, quæstione multa sunt, quæ quibusdam philosophis hisce rebus minus assuetis paradoxa & incredibilia videntur: nihil tamen exinde sequitur quod vel contradictionem implicat, vel cuivis axiomati aut demonstrationi repugnat. Sed videamus, quas afferunt philosophi Atomistæ, argutias. Prima, est ea Epicuri; si continuum divisibile

divisibile esset in infinitum contineret infinitas numero partes, adeoque finitum contineret infinitum, quod est absurdum. At rogo ut terminos suos explicent, & dicant quid per has voces intelligunt, *infinitum non posse contineri in finito*; si dicant infinitam magnitudinem non posse in magnitudine finita contineri, hoc lubenter concedam; at hujus contrarium non sequitur ex ea, quam proposuimus, doctrina; nec illud exinde unquam necessariâ consequentiâ deducere possunt. Si dicent partes numero infinitas, etsi infinite exiguas, non posse finita magnitudine contineri, hoc illud ipsum est quod iis probandum incumbit. non, ut opinor, dicent ipsis absque ratione credendum esse; nec illud tanquam propositionem per se claram inter axiomata reponent, cujus contrarium tot validis rationibus demonstrari potest. urgeant itaque partes numero infinitas infinitam magnitudinem componere; sed hoc rursus est principium petere; illud enim ipsum est de quo disputamus, utrum scil. finita magnitudo potest habere partes numero infinitas? certum enim est, quotcunque partes habet sive finitas, sive infinitas, eas suo toti æquari; sicut enim decem partes decimæ unitatis efficiunt unitatem, centum centessimæ unitatis partes simul sumptæ etiam unitatem component, & mille partium millesimarum in unum collectarum summa toto non major erit, ita etiam partes infinitæ infinitesimæ alicujus magnitudinis ipsam magnitudinem adæquant. Vel sic; sit linea A B divisa in partes

A B

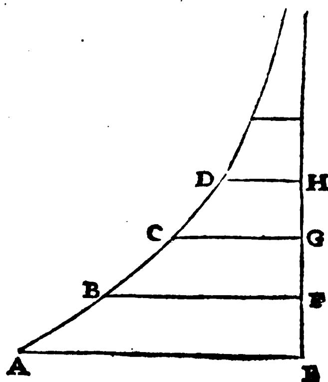
C— C : A B : : I : N

centum; erunt omnes hæ simul sumptæ ipsi A B æquales: & eodem modo, si recta A B dividi intelligatur in mille partes, harum partium mille simul sumptæ magnitudinem nec majorem nec minorem ipsa A B component. Vel etiam, si divideretur recta A B in millio-
 nes

nes partes, hæ rursus simul sumptæ toti A B erunt æquales. & Universaliter, si sint duæ magnitudines A B & C, habeatque C eandem rationem ad A B quam habet unitas ad numerum quemvis N, erit quantitas C per numerum N multiplicata ipsi A B æqualis. cum enim quantitates C. A B. unitas & numerus N sint proportionales, erunt extremæ in se invicem ductæ mediis in se invicem ductis æquales; at cum A B per unitatem multiplicata ipsi A B est æqualis (unitas enim nec multiplicat nec dividit) erit quantitas C per N numerum multiplicata ipsi A B æqualis: quantumvis igitur magnus sive parvus sit numerus N, hic multiplicans quantitatem C faciet semper productum ipsi A B æqualem, modo C talis sit quantitas ut ad A B eandem habeat proportionem quam habet unitas ad dictum numerum N. Adeoque si N sit numerus infinitus, & C pars rectæ A B, infinitesima, hoc est, eandem habeat quantitas C rationem ad A B quam habet unitas ad numerum infinitum N, est etiam quantitas C per numerum infinitum N multiplicata, hoc est, infinities sumpta quantitati A B æqualis, nec eâ major sicut nec minor esse potest. si igitur partium magnitudo eadem ratione diminuatur, qua earum numerus augetur, totum ex hisce omnibus partibus conflatum idem manebit; nec æstimanda est quantitas aliqua ex partium numero, sed ex earum numero & magnitudine conjunctim; adeoque si partes infinite parvæ sint, necesse erit ut earum multitudo sit infinite magna, priusquam quantitatem quamvis dabilem exsuperare possunt. Sed præterea, plura possumus proferre exempla tam ex Arithmetica, quam ex Geometria, ubi, ipsis fatentibus adversariis, partium numerus erit infinitus, at ipsa magnitudo ex partibus istis infinitis composita finita erit. Sit primum exemplum series infinita numerorum in ratione quavis decrescentium: quæ finito adæquatur numero *v. g.* $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{32}$ $\frac{1}{64}$ &c, hujus seriei in infinitum continuatæ summa erit unitati

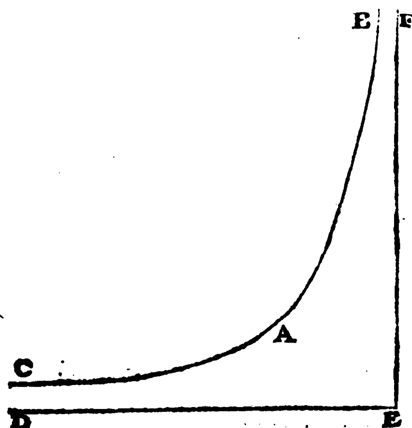
æqualis;

æqualis; at cum in infinitum extenditur series, erunt ejus termini numero infiniti; quare in hoc casu partes quantitatis numero infinitæ finitam efficiunt quantitatem: similiter & hujus series summa $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{27}$ $\frac{1}{81}$ &c. cum in infinitum continuatur æqualis erit parti uni secundæ seu unitatis dimidio, ut in Arithmetica demonstratur, at nemo negabit seriem hanc in infinitum continuatam infinitas partes habere; quare possunt dari partes quantitatis numero infinitæ, quæ tamen unitatis partem dimidiam non exsuperant. Similiter in Geometria, notum est spatium posse dari infinite longum, quod tamen spatio finito perfecte adæquatur, hoc enim infinitis fere exemplis demonstraverunt Clarissimi Geometræ *Torricellius*, *Wallisius*, *Barovius* & alii, ex quibus libet exempla quædam proferre. Et primo sit Curva A B C D talis naturæ ut si sumptæ fuerint in Asymptoto E H rectæ E F, F G, G H æquales, seu positis



rectis E F, E G, E H in proportione Arithmetica, & ad puncta E F G H ordinatim applicantur rectæ A E, B F, C G, D H; sint ordinatæ hæ in proportione Geometrica, curva A B C D dicitur curva Logarithmica, & spatium interminabile inter Asymptoton & curvam

curvam infinite productas contentum, æquale erit spatio finito, ut à Clarissimo *Barovio* in Lectionibus Geometricis demonstratur; ex qua potest colligi supra nominata proprietas numerorum in proportione quavis Geometrica decrescentium. Sed ut hoc ad propositum nostrum applicemus; nemo non agnoscet in spatio interminabili HGFE ABCD, quod infinite longum est, esse partes numero infinitas; at omnes illas spatii partes esse spatio finito æquales demonstrant Geometræ; quare sunt aliquæ partes spatii numero infinitæ quæ non spatium infinitum sed finitum conficere possunt. Eodem modo, in hyperbolis omnibus, Apollonianâ exceptâ, erit area inter curvam & asymptoton infinite protensas perfecte quadrabilis, & areæ finitæ æqualis; sed in areis hisce omnibus sunt partes numero infinitæ, quare erunt partes numero infinitæ æquales quantitati finitæ. Præterea, in Hyperbola Apolloniana CAB, etsi area interminabilis inter curvam AB &



Asymptoton EF in infinitum protensas contenta, sit area infinita seu qualibet finitâ major; si tamen area *illa* infinita circa asymtoton suam revolvatur, generabitur solidum seu corpus vere infinite longum, quod tamen

æquale

æquale erit solido seu corpori finito; ut elegantissime à *Torricellio* demonstratum fuit, qui solidum hoc Hyperbolicum acutum nominavit; at in hoc solido sunt partes numero infinitæ, cum scil. infinitè longum est, ergo partes corporis numero infinitæ finitum component corpus. Alia innumera proferre possumus hujus rei exempla, sed diutius fortasse, quam par est, in hac objectione refellenda hæsimus.

2*do*. Objiciunt Atomistæ; si quantitas omnis est divisibilis in infinitum, magnitudo quævis minima æquabitur maximæ, cum scil. tot partes habet minima quot maxima. qualis, quæso, est hæc consequentia? an quia ulna Anglicana dividi potest in centum partes, & pes Anglicanus etiam dividi potest in centum partes, ideo sequitur pedem ulnæ æquari? at ovum ovo non similius invenietur, quam est hæc argumentatio illorum objectioni; quæ falsissimæ innititur hypothesi, qua magnitudines volunt solum per partium numerum, non item per earum quantitates esse mensurandas.

Ulterius objiciunt; si pes dividatur in infinitas partes æquales, & ulna etiam ita dividatur, ut pars unaquæque ulnæ sit æqualis parti cuivis pedis, erit numerus partium in ulna triplus numeri partium in pede; unde cum numerus partium in pede sit infinitus, erit numerus partium in ulna istius numeri infiniti triplus, & inde daretur infinitum infinito triplo majus. At unde notum est illis hoc esse absurdum? an contradicit axiomati alicui vulgo recepto? nequaquam mehercule; nullum enim est axioma quod omnia infinita æqualia ponit. Nec infiniti naturæ repugnat ut ab alio infinito superetur; nam si detur infinitum, infinita *v. g.* linea, erunt in ea infinita milliaria, plura stadia & multo plures pedes; sic in spatio, quod undique extensum imaginamur, si duæ lineæ parallelæ in infinitum producantur, erit area ab hisce rectis comprehensa revera area infinita, eo quod omnem aream finitam seu undique clausam superat; erunt igitur in eâ in-

finita jugera, plures perticæ quadratæ, & multo plures pedes quadrati; rursus, si intra has lineas ducatur recta utrivis earum parallela, dividet hæc linea priorem aream in duas areas etiam infinitas; quæ igitur simul sumptæ priori infinito adæquantur. non igitur naturæ infiniti repugnat, illud posse ab alio infinito excedi, per aliud multiplicari, & in alia etiamnum infinita dividi; hæc, inquam, nullo modo repugnant, sed ex ipsius rei natura facillime sequuntur; imo nemo est, qui infinitum spatium concedit, quin simul agnoscere cogatur istius spatii in alia infinita divisibilitatem.

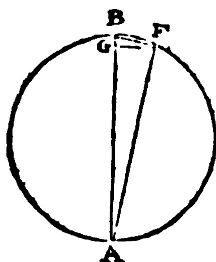
Aliud petunt argumentum contra infinitam materiæ divisibilitatem ex omnipotentia divina. Dicunt enim Deum posse continuum quodvis in partes suas infinitesimas resolvere, atque partes hasce à se invicem separare; sed si hoc fiat, daretur pars ultima, & divisibilitas continui tandem exhauriretur, ergo continuum non in infinitum sectile est. Respondeo proculdubio Deum posse quicquid est possibile, aut quod immutabili ipsius naturæ non repugnat; at cum hactenus demonstravimus nullam dari posse materiæ particulam utcunque parvam, quæ non iterum secari potest ininfinitas alias etiam particulas; liquet exinde Deum non posse ita secare materiam, ut daretur pars ultima indivisibilis. si enim ad hoc se extenderet potentia Divina, possit Deus aliquid quod contradictionem involvreet, vel quod immutabili ipsius essentiæ repugnaret. Sed ulterius urgent, si quantitas omnis sit divisibilis in infinitum, & partes actu sint in continuo, dabitur actu pars infinitè parva, adeoque ulterius non divisibilis. Respondeo; primo possum cum Aristotele negare esse partes actu in continuo, & inde corrueret eorum argumentum quod ut demonstrationem invictam tantopere prædicant. 2*do*. Concedamus illis partes esse actu in continuo, concedamus esse partes infinitè parvas & indivisibiles, concedamus denique argumentum, nihil tamen exinde infertur contra quan-

titatis.

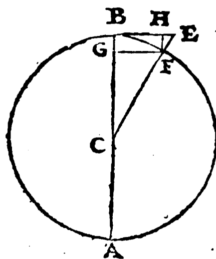
titatis non infinite parvæ continuam & in infinitum divisibilitatem; hæc in argumento supponitur, at non refellitur; an, quia pars continui infinite parva non est ulterius divisibilis, ideo sequitur partem datam, seu partem non infinitè parvam etiam non esse ulterius divisibilem? si aliquid exinde sequatur, sequitur continuam omnem quantitatem in partes infinitè parvas posse resolvi, adeoque continuum esse in infinitum divisibile. Sed tertia & vera responsio sit; Negando esse partes in continuo adeo minutas seu parvas, quin adhuc erunt & semper ulterius divisibiles; & quamvis darentur partes infinitè exiguæ, vel tales, quæ eandem habent proportionem ad sua tota quam numerus finitus ad infinitum, vel spatium finitum ad infinitum; negamus tamen hasce partes non esse ulterius divisibiles: sed cum ipsæ sunt extensæ, erunt etiam divisibiles non tantum in duas, tres vel plures partes, sed etiam quælibet potest in infinitum secari: hujus quantitatis infinite parvæ partes numero infinitæ Infinitesimæ infinitesimarum seu fluxiones fluxionum à Geometris dici solent; à quibus adhibentur ad plura problemata aliàs intricacissima solvenda. Præterea, & harum fluxionum dantur & aliæ fluxiones seu partes suis totis infinite minores, & harum rursus partium erunt aliæ partes, atque sic quousque libet, progredi licebit. Non dissimulo ob humani ingenii imbecillitatem hoc conceptu esse difficillimum; non ideo tamen deserenda est veritas validissimis suffulta argumentis, præsertim cum quædam sunt, quæ à tenui nostro intellectu difficile admodum capiuntur, quæ tamen esse, certissime novimus. Exempla possumus comparare plurima, at ea tantum adducemus quæ ad rem propositam illustrandam inserviunt; quibus ostendemus esse quantitates infinite minores aliis datis quantitatibus, quæ tamen erunt aliis infinite majores; ita, si dentur quædam quantitates infinite parvæ, erunt quædam etiam quantitates his infinite minores, & rursus his ultimis fieri possunt

aliæ infinite minores, & ſic ſemper deinceps uſque ad infinitum.

Primo igitur, ſic probamus dari quantitates, quæ quantitatibus infinitè parvis ſunt infinitè minores; ſit circulus A B F, cujus diameter A B, ſitque B F pars peripheriæ infinitè parva, cujus proinde chorda erit etiam infinitè parva, hoc eſt, eam habebit chorda B F ad magnitudinem quamvis determinatam, proportionem, *v. g.* ad circuli diametrum A B, quam habet magnitudo quævis finita ad infinitam. demiſſa intelligatur à puncto F ad A B, perpendicularis F G; erit B G recta B F infinitè minor. ducatur enim A F, eritque angulus A F B in ſemicirculo rectus. Adeoque, in triangulo A F B rectangulo ad F, ob demiſſam in baſim A B perpendicularem F G, erit, per 8vam. 6ti. El. A B ad B F ut B F ad B G. Sed, ex hypotheſi, A B infinitè major eſt quam B F; quare erit & B F infinitè major quam B G; erit igitur quantitas, quæ, etſi aliâ datâ quantitate ſit infinitè minor, alia tamen quantitate infinite major erit.

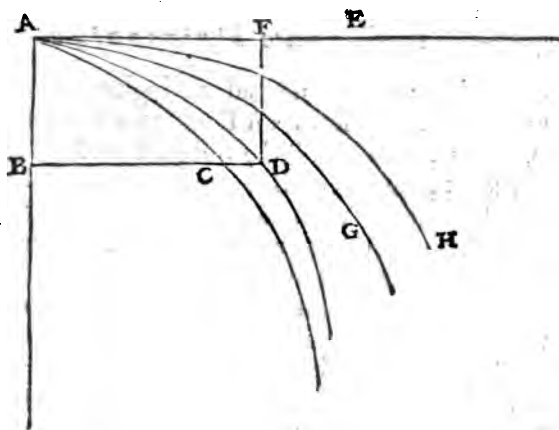


Sic etiam in circulo notum eſt, ſinum cujuſlibet arcus eſſe ſuo arcu minorem, tangentem vero eſſe arcu majorem, & proinde tangens arcus erit etiam ejuſdem ſinu major. ſit itaque in circulo, cujus centrum C, & diameter A B, arcus infinitè parvus B F, cujus tangens ſit B E, ſinus rectus G F, & ſinus verſus G B; per F ducatur F H ad A B parallela, erit H E æqualis differentiæ ſinus recti F G & tangentis B E, quæ ex jam oſtenſis non eſt omnino nihil. Jam in triangulis C B E, F H E æquiangulis,



angulis, ob angulos ad H & B rectos & E communem, erit, per 4^{tam} 6^{ti}, CB ad BE sicut FH est ad HE; sed ex hypothesi CB infinitè major est quam BE; quare erit & FH infinitè major quam HE; id est, in præsenti casu, erit BG sinus versus arcus infinitè parvi infinite major quam differentia inter sinum rectum & tangentem ejusdem arcus. Cum igitur CB sit infinitè major quam BE, & BE, ut superius demonstratum est, sit infinitè major quam BG, & rursus, per jam ostensa, est BG infinitè major quam HE, liquet propositum.

Ad uberiorem hujus doctrinæ illustrationem, aliud libet afferre exemplum, quod à summo illo philosopho & Geometra *Newtono* deprompsimus, in Scholio sectionis primæ *Philosophiæ Natur.* sit curva AC parabola Apolloniana, cujus axis AB, & AE tangens



in vertice A. demonstrant scriptores Conici, ut in circulo, sic etiam in parabola, angulum contactus FAC esse angulo quovis rectilineo infinite minorem. Ad eundem jam axem AB & verticem A, describi intelligatur alterius generis parabola, cubicalis scil. cujus ordi-

ordinatim applicatæ crescunt in subtriplicata ratione interceptarum; erit angulus contactus F A D angulo contactus parabolæ F A C infinitè minor; vel quod idem est, nullæ sunt parabolæ Apollonianæ, vel nulli circuli, quantumvis magna parametro describantur, qui inter parabolam cubicalem & ejus ad verticem tangentem duci possunt; quod facilè sic demonstratur. Dicatur parabolæ Apollonianæ A C parameter a, Parabolæ cubicalis A D parameter sit b; Accipiatur in tangente punctum E tale, ut sit A E rectis a & b tertia proportionalis, hoc est, ut sit $a \times AE = b^2$; per punctum quodlibet F medium inter A & E ducatur F D ad axem parallela, curvæ A D occurrens in D; ducatur D C B ad tangentem parallela, & vocetur B D ordinatim applicata in parabola A D z; B C autem ordinata in parabola A C y, & intercepta A B sit x; erit ex natura harum curvarum $ax = y^2$, & $b^2 x = z^3$, adeoque $\frac{y^2}{a} = x = \frac{z^3}{b^2}$; unde $b^2 y^2 = a z^3$, & igitur reducendo hanc æquationem ad analogiam. $b^2 : az :: z^2 : y^2$ hoc est, b^2, seu $a \times AE$ est ad az seu $a \times BD$ vel $a \times AF$ ut BDq ad BCq: sed est $a \times AE$ major quam $a \times AF$, quare erit BDq major quam BCq, & proinde B D major quam B C; punctum igitur C cadit intra parabolam A D. idem verùm est de omnibus ordinatis B C, quæ sunt recta A E minores; adeoque portio parabolæ Apollonianæ A C, ad verticem cadit intra parabolam cubicalem. Eadem de quavis alia parabola Apolloniana est demonstratio; adeoque nulla potest duci parabola, & proinde nullus circulus (qui semper alicui parabolæ est æquicurvus) inter parabolam cubicalem & ejus ad verticem tangentem.

Quantumvis igitur diminuatur angulus contactus parabolicus vel circularis, erit tamen angulo contactus ad verticem parabolæ cubicalis major; ideoque erit quivis datus angulus contactus circularis vel parabolicus, angulo contactus ad verticem parabolæ cubicalis infinitè

infinite major; quantitas enim alterâ infinite major eſt, quæ quantumvis diminuta alteram illam ſemper ſuperat.

Adhuc ad eandem axem, & verticem, deſcribi intelligatur alia curva parabolica A G, cujus ordinatim applicata quævis creſcat ſemper in ſubquadruplicata ratione interceptæ; erit angulus contactus F A G angulo F A D infinitè minor; quod ratiocinio priori haud diſſimili demonſtrare facile eſt. Eodem modo ad eundem axem & verticem, poteſt alia deſcribi curva parabolica A H, cujus ordinatim applicatæ creſcunt in ſubquintuplicata ratione interceptarum, in qua ſit angulus contactus F A H angulo F A G infinite minor; atque ſic progredi licebit in infinitum, ſemper aſſignando alias atque alias figuras parabolicas, quarum anguli contactus infinite à ſe invicem differant, ſcil. erit angulus F A C infinite minor angulo quovis rectilineo, & angulus F A D infinite minor angulo F A C, & angulus F A G infinite minor angulo F A H: atque ſic habebitur ſeries angulorum contactuum in infinitum pergentium, quorum quilibet poſterior eſt infinite minor priore; imo inter duos quoſlibet angulos, alii interſeri poſſunt anguli innumeri, qui ſeſe infinite ſuperant. Sed & inter duos quoſvis ex hiſce angulis, poteſt ſeries in infinitum pergens angulorum intermediorum interſeri, quorum quilibet poſterior erit infinite minor priore. quin etiam poſſunt eſſe anguli innumeri angulo contactus circulari infinite majores, qui tamen erunt angulo rectilineo infinite minores: atque ſic proceditur in infinitum. *neque novit natura limitem.*

Hæc adhibui exempla, ut videant adverſarii, immane quantum diſcedunt à veris rerum naturis eorum de rebus ipſis ſpeculationes.

LECTIO

LECTIO. V.

De materiæ ſubtilitate.

POſtquam infinitam materiæ diviſibilitatem validiſſimis (ut nobis videtur) propugnaverimus rationibus; objectionibus, quæ alicujus momenti ſunt, proſtratis prorſus & deletis; reſtat, ut mirandam naturæ ſubtilitatem, & minutiſſimas illas particulas, in quas materia actu dividitur vel ex quibus componitur, paulisper contemplemur; has equidem undique comparatis exemplis, ante oculos veſtros poni, ſenſibus obverti, & ipſarum exilitatem calculo oſtendi, facillimum foret: nos autem pauca tantum proferemus.

Et primo, ex ſumma auri ductilitate exiguam partium ipſius molem computu collegerunt Doctiſſimi viri, Rohaultus Gallus in *Tractatu ſuo Phyſico*, Nobilis Boyleus noſtras in libro de effluviis,& nuper Clariſſimus Halleius in Tranſactionibus Philoſophicis numero 194. Halleius quidem demonſtravit unum auri granum in 10000 partes viſibiles poſſe ſecari; adeoque cum unum auri granum æquale ſit circiter $\frac{22}{100000}$ unius digiti cubici, ſequitur unum digitum cubicum auri dividi poſſe in partes 454, 545, 454; quæ omnes erunt nudo oculo ſatis ſpectabiles.

Computavit præterea *Halleius* craſſitiem iſtius Lamellæ aureæ, quæ ſuper argentea fila ab artificibus inducitur; invenitque eam $\frac{1}{124500}$ digiti non excedere; hoc eſt, ſi digitus longus dividatur in partes 134 500, craſſities iſtius lamellæ unam harum partium vix adæquabit; adeoque cubus partis centeſimæ unius digiti,

giti, vel, quod idem eſt, digiti cubici pars $\frac{1}{1\,000\,000}$ poteſt continere 243 000 000 talium particularum.

Alia experimenta quamplurima tradit de hac re Inſignis ille & nobilis Philoſophus *Robertus Boyl* in præfato libro de natura & ſubtilitate effluviorum; quorum unum aut alterum hic adducere licebit. Et primo, diſſolvit unum cupri granum in ſpiritu ſalis Armoniaci, & inde orta ſolutio cum aqua diſtillata mixta tincturam cæruleam ſaturam valde atque conſpicuam largita eſt granis aquæ 28534; unde, cum aquæ quantitas, cujus pondus eſt unius grani, æqualis ſit $\frac{37}{10000}$ unius digiti cubici, erunt grana aquæ 28534 magnitudine æqualia digitis cubicis 105.57. cum igitur unum cupri granum poteſt colorem cœruleum tantæ aquarum copiæ communicare, neceſſe erit ut ſit pars aliqua hujus cupri in parte quavis viſibili prædictæ aquarum copiæ; adeoque quot ſunt partes in ea aquæ quantitate oculo cognoſcibiles, in tot ad minimum partes diviſum erat unum cupri granum; at viſu ſenſibilis eſt linea, cujus longitudo eſt pars digiti centeſima, adeoque ejus lineæ quadratum aut cubus, adhuc multo magis erit viſu dignoſcibilis: quare cum cubus, cujus latus eſt pars digiti longi centeſima, ſit pars digiti cubici millioneſima $\frac{1}{1000000}$, ſequitur ad minimum in digitis cubicis aquæ 105 57 eſſe partes ſenſu diſtinguibiles 105 570 000; adeoque per prædictam ſolutionem in tot ad minimum partes dividetur cupri granum; eſt vero magnitudo unius cupri grani æqualis digiti partibus circiter $\frac{55}{100000}$, adeoq; cum digitus cubicus continet propemodum 20000 talium particularum; ſequitur hinc poſſe digitum cupri cubicum in partes 2 111 400 000 000 actu reſolvi: & ſi accipiatur minutiſſima arenula talis ſc. ut ejus diameter ſit pars digiti centeſima, hæc duos milliones centum & undecem millia & quadringenta ſeu 2111

400 particularum, in quas divisum est cuprum, continebit.

Secundum, quod proponimus, exemplum ex sequentibus ducitur principiis.

Omnes recentiores consentiunt philosophi odores oriri à profluviis ex corpore odorifero prodeùntibus & undique in medio dispersis, quæ ope spiritus, quem per nares trahimus, in nervos olfactorios irruunt, eos irritant, atque sic sensorium afficiunt; unde sequitur, in quocunque loco odor cujusvis corporis sentitur, in eo esse aliquas particulas corporis odoriferi sensum afficientes; at plurima sunt corpora odora, quæ ad distantiam quinque pedum facile olent, & sensum humanum olfactorium movent; erunt igitur per omne illud spatium quædam corporis odori diffusæ particulæ, ita scil. ut ubicunque in eo spatio ponantur nares, ibi aliqua esse corporis odoriferi effluvia necesse sit; saltem quædam erunt in ea aeris quantitate, quæ simul per inspirationem intra nares ducitur. ponamus igitur esse unam tantum corporis odori particulam in unaquaque istius spatii parte, quæ digiti cubici partem quartam magnitudine adæquat; quamvis verisimile sit effluvia tam rara vix sensum movere posse, nolumus tamen plura assumere; tot igitur ad minimum erunt particulæ odorem producentes, quot sunt in sphæra, cujus semidiameter est quinque pedum, spatiola, quorum unumquodque æquale est digiti cubici parti quartæ: at in illa sphæra sunt ejusmodi spatiola numero 3618976, tot erunt igitur in illo spatio particulæ odorem producentes.

Utcunque igitur definito effluviorum numero, progrediamur ad eorum magnitudinem determinandam. Cum quantum effluviorum à corpore quovis decidit, tantum necesse erit ut corpus illud de pondere suo amittat; erit pondus effluviorum omnium, in dato quovis tempore, à corpore odorifero prodeuntium æquale ponderi partis eo in tempore amissæ; jam per experimenta comprobavit *Boyleus* determinatam quandam assæ fœtidæ massam aperto aeri expositam, sex

dierum

dierum ſpatio, vix grani partem octavam de ſuo pondere amiſiſſe; cum vero continuus eſt effluviorum à corpore odorifero effluxus, patet oportere eum ſemper tempori proportionalem eſſe, adeoque tempore unius minuti primi erit pondus effluviorum ab aſſa fœtida decidentium æquale grani parti $\frac{1}{69\,120}$. Eſt autem magnitudo particulæ aqueæ, cujus pondus eſt unius grani, æqualis digiti cubici partibus $\frac{369}{100\,000}$, & proinde ejuſdem aquæ particula, cujus pondus eſt pars grani $\frac{1}{69120}$, magnitudine æqualis erit partibus digiti cubici $\frac{533}{10\,000\,000\,000}$; atqui eſt gravitas aſſæ fœtidæ ad aquæ gravitatem (ut ipſe expertus ſum) ut 8 ad 7, & proinde magnitudo quantitatis aſſæ fœtidæ, cujus pondus eſt unius grani pars $\frac{1}{69\,120}$, æqualis erit partibus digiti cubici $\frac{466}{10\,000\,000\,000}$; ſed effluviorum omnium numerus ſupra inventus ponitur 3618976, adeoque cum omnia hæc effluvia digiti cubici partes $\frac{466}{10\,000\,000\,000}$ tantum adæquant, erit unaquæque particula æqualis digiti cubici partibus $\frac{466}{36\,189\,760\,000\,000\,000}$; ſeu reducendo hanc fractionem ad decimalem, erit uniuſcuſque particulæ magnitudo æqualis digiti cubici partibus $\frac{12}{1\,000\,000\,000\,000\,000}$ ſeu partibus duodecem millebillioneſſimis.

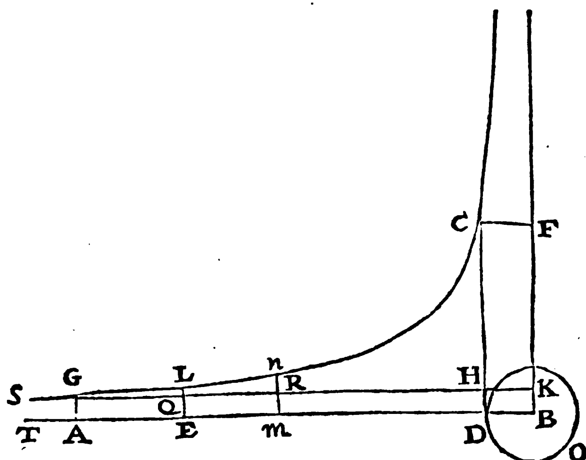
In hiſce ſuppoſuimus particulas odorem producentes eſſe ubique in prædicta diſtantia æqualiter diffuſas; at cum verſus centrum ſeu corpus odoriferum, à quo prodeunt, ſpiſſiores & plures ſunt quam verſus extimam ſphæræ ſuperficiem, multo plures erunt particulæ quam

 ſuperius

ſuperius determinavimus. Cum enim odores (ſicut cæteræ omnes qualitates, quæ à centro ſecundum rectas lineas propagantur) decreſcunt in duplicata ratione diſtantiæ auctæ ab eodem centro, erit numerus particularum odorem producentium, & in dato ſpatio incluſarum, *v. g.* in digiti cubici quadrante ad diſtantiam unius pedis, quadruplus numeri particularum quæ in ſpatio æquali ad diſtantiam duorum à centro pedum locantur: & novies major erit numerus particularum ad diſtantiam trium pedum, & ſic de cæteris; at ſi ubique non plures forent quam ſunt ad extremam ſuperficiem, eſſet eorum numerus ſupra inventus 36156330 88. patet igitur revera eſſe ipſarum numerum numero prædicto multo majorem.

Ut igitur, in prædicto caſu, particularum odores producentium numerus determinetur, cognoſcenda eſt quantitas aſſæ fœtidæ, quam aeri expoſuit *Boyleus*; at ex ipſius ſcriptis non conſtat quanta hæc fuit; neceſſe erit igitur ut aſſumamus aliquam illius quantitatem; ſed quo minorem ipſam ponamus, eo major evadit proportio numeri particularum ex ea profluentium ad numerum ſuperius inventum, cæteris omnibus pariter poſitis; ut igitur numerum vero non majorem eruamus, aſſumenda eſt quantitas probabiliter major eâ, quam aeri expoſuit *Boyleus*, ſitque ea æqualis ſphæræ, cujus diameter ſit ſex digitorum, per circulum *DHO* hic repræſentatæ; ſitque recta A D quinque pedum, ſeu 60 digitorum; erit A B 63 digitorum; ad punctum A ſuper A B erigatur perpendicularis A G, quæ repræſentet denſitatem ſeu numerum particularum intra datum ſpatium ad diſtantiam A B; & ſi in omnibus diſtantiis eadem eſſet particularum denſitas, earum numerus per rectas innumeras E Q, *m* R, D H, &c. parallelogrammum A H complentes, hoc eſt, per ipſum parallelogrammum A H exponi poſſit. Cum vero numerus particularum, in acceſſu ad centrum, ſupponatur creſcere in ratione diſtantiæ diminutæ duplicatâ; ad

puncta



puncta E, *m*, D & alia innumera in recta A B sumpta erigantur perpendicula E L, *m n*, D C, quæ sint ad A G, ut quadratum rectæ A B ad quadrata rectarum E B, *m* B, D B &c. respective; & per puncta G, L, *n*, C & alia innumera eodem modo determinata ducatur curva; si jam A G repræsentet numerum particularum ad distantiam A B, E L repræsentabit earum numerum ad distantiam E B, posito quod particularum densitates sunt reciproce in duplicata ratione distantiarum à centro; at E Q ipsarum numerum denotasset, si ubique eadem fuisset earundem densitas; eodem modo, *m n* exponet densitatem particularum ad distantiam *m* B; at *m* R ipsarum numerum repræsentasset, si ubique uniformiter spissæ essent; sic etiam D C denotabit numerum particularum ad distantiam D B positarum; si vero ubique æqualiter densæ essent, numerus ille per D H repræsentandus foret; adeoque tota multitudo particularum, quæ à sphæra D B O profluunt, & quarum densitas decrescit prout recedunt à centro in ratione distantiæ auctæ duplicata, est ad earum multitudinem, si ubique ipsarum densitas ea esset, quæ

eſt ad extimam diſtantiam A B quinque pedum, ut rectæ omnes D C, *m n*, E L, A G ad rectas D H, *m* R, E Q, A G; hoc eſt, ut area mixtilinea A D C G ad aream rectanguli G A D H.

Eo igitur res reducta eſt, ut inquiramus proportionem, quam habet area G A D C ad aream rectanguli AH. Cum autem eſt curva G L *n* C talis naturæ, ut rectæ A G, E L, *m n*, D C ordinatim ad aſymptoton A B applicatæ ſunt reciproce, ut quadrata diſtantiarum à centro; erit curva hæc generis hyperbolici, & ſpatium interminabile C F B T S componitur ex elementis, quæ ſunt ſecundanorum reciproca; adeoque erit illud ſpatium, etiamſi interminabile, perfecte quadrabile & æquale duplo rectanguli C B; per ea quæ demonſtravit *Walliſius* in ſua Arithmetica Infinitorum. Adeoque erit area interminabilis ſeu indefinite protenſa C D T S ipſi C B rectangulo æqualis; & eodem modo area indefinitè protenſa G A T S æqualis erit rectangulo G B; erit itaque exceſſus, quo area C D T S ſuperat aream G A T S, æqualis exceſſui, quo parallelogrammum C B ſuperat parallelogrammum G B. Inveſtigemus igitur horum rectangulorum differentiam; Cum ex hyp. ſit A D 60 digitorum, & B D trium, erit A B 63 digitorum; ſitque A G unitas, & cum eſt D B *q* ad A B *q* ut A G ad C D, hoc eſt, ut 9 ad 3969; erit C D partium 441 qualium A G eſt 1; adeoque C D x D B, ſeu rectangulum C B erit ad rectangulum B G, ut 1323 ad 63; & proinde rectangulorum differentia, hoc eſt, area G H D C erit partium 1260, qualium ſcil. rectangulum A H eſt 60. adeoque numerus particularum ex aſſa fœtida prodeuntium, quarum denſitates decreſcunt in duplicata ratione diſtantiæ auctæ, & intra ſphæram cujus diameter eſt 5 pedum contentarum eſt ad earundem numerum, (ſi ubique earum denſitas eſt æqualis ei quæ ſit ad diſtantiam quinque pedum) ut 1260 ad 60; hoc eſt, ut 21 ad 1; ſi igitur numerus ſupra inventus 3618976 per 21 multiplicetur, productus

dabit

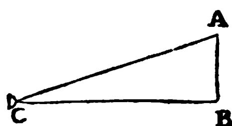
dabit numerum particularum ex affa fœtida prodeuntium, fcilicet 3618976. præterea fi fractio $\frac{12}{1\,000\,000\,000\,000\,000}$, quæ magnitudinem particularum in priore cafu exprimebat, per 21 dividetur, quotiens $\frac{12}{21\,000\,000\,000\,000\,000}$ feu $\frac{57}{100\,000\,000\,000\,000\,000}$ exhibebit veram magnitudinem uniufcujufque particulæ, in hoc pofteriore cafu.

Hæc omnia ex eo fequuntur, quod homo poteft affæ fœtidæ odorem ad diftantiam quinque pedum fentire; at funt alia animalia, quorum fenfus in odorando humanis fenfibus funt multo acutiores, qualia in primis funt canes venatici, qui ferarum effluvia in terra relictas longo poft decffeum ferarum tempore, percipiunt; & aves quædam, quæ pulveris pyrii odorem ad magnam diftantiam fentiunt. oportet certe ut iftiufmodi effluviorum fubtilitas longe major fit ea, quam ex fuperiore calculo elicimus; at ob experimentorum defectum non poteft ea facile ad numeros revocari.

Ut materiæ fubtilitatem ulterius oftendant philofophi, in exemplum adducunt animalcula illa, quæ in aliorum animalium femine & in aliis liquoribus natantia confpiciuntur; hæc equidem in quibufdam fluidis adeo minutila funt, ut per Microfcopia objectum multum augentia vifa ut puncta appareant; imo folertiffimus ille naturæ indigator *Lewenhookius* plura horum animalculorum in lactibus unius affelli deprehendit, quam funt homines in tota terreni globi fuperficie degentes. Sed lubet horum animalculorum magnitudinem veram inveftigare. ad quod præftandum fequentia ex opticis fuppono. Primo, Imaginem cujufvis objecti fub eodem angulo ex vertice emerfionis lentis apparere, quo vifibile ex vertice incidentiæ; hoc in *Cl. Gregorii* Elementis Dioptricis prop. 18. demonftratum proftat. 2do, Per experientiam comprobatum eft ea objecta, quæ tanquam puncta videntur, hoc eft, quorum

partes

partes à se invicem visu distingui nequeunt, sub angulo uno minuto primo non majori apparere. 3tio, Satis experiendo constat pleraque istiusmodi animalculorum tantillæ esse magnitudinis, ut per lentem visa, cujus distantia focalis est pars digiti decima, tanquam puncta appareant; hoc est, eorum partes nequeunt discerni; adeoque sub angulo uno minuto primo non majori ex vertice istius lentis apparebunt. eo igitur deventum est, ut investigemus magnitudinem objecti, quod sub angulo dato ad datam distantiam apparet; hoc est, si in præsenti casu sit C vertex lentis, A B longitudo animalculi, B C ejus distantia à lente $\frac{1}{10}$ digiti, & angulus B C A sub quo ad illam distantiam videtur; ex datis B C & angulo B C A invenienda est A B longitudo objecti.



Jam in triangulo rectangulo A B C, ex datis (præter angulum ad B rectum) angulo B C A unius minuti primi, & latere B C æquali parti decimæ, per Trigonometriam innotescet latus A B æquale quam proxime $\frac{3}{100\,000}$ unius digiti. Si igitur animalcula illa essent figuræ cubicæ, ejusdem scil. longitudinis, crassitiei & latitudinis; ipsorum magnitudo per cubum fractionis $\frac{3}{100\,000}$ exprimenda esset; scil. per numerum $\frac{27}{100\,000\,000\,000\,000\,000}$; æquale scil. esset unumquodque viginti septem partibus mille billionesimis digiti cubici.

Hinc, quod quidam philosophi de angelis somniarunt, verum erit de nostris animalculis, nempe posse multa eorum millia super parvæ aciculæ cuspidem saltitare.

Hinc etiam colligitur quantum est intervallum, quantilla intercedit proportio inter minima hæc natantia animalia

animalia & illa maxima, immanes nempe balænas, quæ in oceano montium instar apparent, quoties ex aquis sua capita emergunt; sunt enim in quibusdam liquoribus animalcula tantillæ magnitudinis, ut si calculus ineatur, invenietur ingentem terræ molem non satis amplam futuram, ut sit tertia proportionalis minutissimis his animalibus natantibus, & vastis oceani cetis; adeo ut ipsa terra, utcunque magna videatur, minorem tamen deprehenditur habere rationem ad pisces hos maximos, quam hi ad illos minimos, qui in animalium semine natantes per microscopia conspiciuntur.

Cum animalculum quodvis sit corpus organicum, perpendemus paulisper, quam delicatulæ & subtiles debent esse partes ad ipsum constituendum, & ad vitalem actionem conservandam necessariæ. haud mehercule facile concipitur, quo pacto in tam augusto spatiolo comprehendi possunt; cor, quod ipsius vitæ fons est, musculi ad motum necessarii, glandulæ ad liquores secernendum, ventriculus & intestina ad alimenta digerenda, & alia membra innumera sine quibus animal esse non potest. Sed cum singula memorata membra sunt etiam corpora organica, alias etiam habebunt partes ad suas actiones necessarias. constabunt enim ex fibris, membranulis, tunicis, venis, arteriis nervis & hisce similibus canaliculis numero fere infinitis, quorum exilitas imaginationis vires superare videtur. At his infinite propemodum minores debent esse partes fluidi, quod per canaliculos hosce decurrit, nempe sanguis, lympha & spiritus animales; quorum in grandioribus animalibus incredibilis est subtilitas.

Libet crassiores sanguinis partes in his animalculis contemplari, globulos nempe, qui in sanguine natant, ipsorumque magnitudinem calculo eruere.

Ad quod præstandum sequentem adhibebimus hypothesim; Nempe quod diversorum animalium similes partes solidæ, hoc est, similes particulæ corporeæ, seu partes trina dimensione constantes sunt ut ipsorum ani-

malium magnitudines. Unde ſequitur diverſorum animalium ſimiles dimenſiones lineares eſſe in ſubtriplicata ratione magnitudinum animalium; hoc eſt, ut harum magnitudinum radices cubicæ: *v. g.* Cor humanum eſt ad cor animalculi cujuſvis, per microſcopium viſi, ut ipſum corpus humanum ad corpus animalculi; & proinde, ſi utriuſque corda ſunt figuræ ſimiles, erit Diameter unius ad alterius diametrum, ut radix cubica magnitudinis unius ad radicem cubicam alterius magnitudinis. Sic etiam vaſa ſanguifera minima in homine ſunt ad vaſa ſimilia minima in animalculo, ut magnitudo hominis ad animalculi magnitudinem; & Diameter vaſis minimi in corpore hnmano erit ad diametrum vaſis minimi in corpore animalculi, ut radix cubica magnitudinis humanæ ad radicem cubicam magnitudinis animalculi.

Ponamus jam hominis mediocris magnitudinem eſſe trium pedum cubicorum, ſeu digitorum 5184, ut igitur magnitudo hominis mediocris ſeu digiti cubici 5184 ad magnitudinem animalculi ſuperius traditam, æqualem nempe digiti cubici partibus $\frac{27}{1\,000\,000\,000\,000\,000}$, ita vaſa minima in corpore humano ad ſimilia vaſa minima in animalculo; & ut radix cubica magnitudinis humanæ, ſeu ut radix cubica numeri 5184 ad radicem cubicam magnitudinis animalculi, ſeu ad radicem cubicam numeri $\frac{27}{1\,000\,000\,000\,000\,000}$, hoc eſt, quam proxime ut 17 ad $\frac{3}{100\,000}$, ita diameter vaſis minimi in corpore humano ad diametrum vaſis minimi in animalculo; Verum Cl. *Lewenhookius* iſtiuſmodi vaſa in corpore humano detexit ope microſcopii, ut poſita diametro unius arenulæ $\frac{1}{30}$ digiti, hæc contineret 2640 diametros talium vaſculorum, quæ in humano corpore conſpexit; adeoque erit diameter unius hujuſmodi vaſculorum

lorum æqualis $\frac{1}{2640} \times \frac{1}{30}$ digiti, hoc eſt, æqualis digiti parti $\frac{1}{79\,200}$; & quamvis certum ſit hæc vaſa non fuiſſe minima eorum, quæ ſunt in corpore humano, nam & alia hiſce multo minora ibi eſſe oportere, facile eſt oſtendere; ponamus tamen ipſa fuiſſe minima. Fiat igitur ut 17 ad $\frac{3}{100\,000}$ ita $\frac{1}{79\,200}$ ad alium numerum; Numerus ille exprimet in partibus digiti diametrum vaſis minimi in animalculo; qui, operando per regulam trium, invenitur $\frac{3}{174\,640\,000\,000}$ hæc fractio ad decimalem reducta erit quam proxime $\frac{17}{1\,000\,000\,000\,000}$. Vel (ut numeris rotundis adhibeamus) $\frac{2}{100\,000\,000\,000}$. Cum autem neceſſe eſt ut diameter globuli vel particulæ fluidi, quod in vaſe aliquo continetur, ipſa vaſis diametro non ſit major, erit diameter globuli ſanguinei, qui per vaſa hæc minima decurrit, non major digiti partibus $\frac{2}{100\,000\,000\,000}$; adeoque ipſorum globulorum ſoliditas ſeu magnitudo minor erit cubo iſtius diametri, hoc eſt, minor erit partibus digiti cubici $\frac{8}{1\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000}$; hoc eſt, erit globulorum magnitudo minor ea digiti cubici parte, quæ exprimitur per fractionem, cujus numerator eſt numerus octenarius, denominator vero eſt numerus decem quintillianarius, ſeu qui ſcribitur per unitatem cum triginta tribus Cyphris poſt ſe.

Cum fractio, qua globulorum magnitudo exprimitur, tam numeroſis conſtat cyphris, ut vera ipſorum quantitas non exinde facile concipitur; Libet ulterius progredi & globulos hoſce cum aliis minimis, quæ nudo oculo conſpici poſſunt, corporibus comparare, *viz.*

cum minutiſſimis arenulis, talibus ſcil. ut ipſarum diametri digiti partem centeſimam non excedant, & denique minimas has arenulas cum aliis maximis terræ corporibus ingentibus *e. g.* montibus; ut videamus qualem ad ſe invicem obtineant rationem; atque ſic multo melius particularum exilitas intelligetur. Sed cur hac utar voce? cum potius dicendum eſt, comparatione ſic facta, illorum ſubtilitatem prorſus incomprehenſibilem fore. Nam exinde colligitur ne quidem decem mille ducentos quinquaginta & ſex altiſſimos totius telluris montes poſſe continere tot arenulas, quot poteſt una arenula continere globulos animalculorum ſanguineos; non mirum erit, Academici, ſi ad hæc attonitis hæreatis animis, & re tam prodigioſa perculſi ipſam materiæ infinitam diviſibilitatem etſi validiſſimis ſuffultam demonſtrationibus in dubium vocetis. Utcunque vero res hæc prima facie prorſus incredibilis videatur, ipſam nihilominus ex claris & faciliimis principiis deducemus.

Ut facilius calculus ineatur, vocemus decimam pedis partem unum digitum, & ponamus centum arenulas juxta ſe poſitas ſpatium iſtius longitudinis digitalis occupare; vel, quod idem eſt, ſupponantur mille arenulæ contiguæ per longitudinem pedis extendi, erunt igitur in uno digito cubico arenulæ 1 000 000, & in pede cubico erunt arenulæ 1 000 000 000. Sit *milliare* unum ſeu mille paſſuum æquale 5000 pedibus, erunt pedes cubici in uno milliari cubico 125 000 000 000; adeoq; arenularum numerus, quæ in uno milliari cubico contineri poſſunt, erit 125 000 000 000 000 000 000.

Jam ut montium dimenſiones habeamus, ſumamus altiſſimum, ut vulgo creditur, totius telluris montem, eum nempe qui in Inſula Teneriffa eſt, & *El. Pico de Terrario* dicitur, cujus altitudo perpendicularis vulgo æſtimatur trium milliarium Italicorum. Supponamus montem hunc eſſe figuræ conicæ, atque hujus circuitum ad baſim eſſe triginta & quinque milliarium, erit

area

area basis 97,5 circiter milliarium; nam ut 314 ad 100, hoc est, ut circuli circumferentia ad diametrum, ita 35 ad 11, 14 diametrum seu montis crassitiem ad basim, cujus pars quarta 2785 ducta in peripheriam 35 scil. dat aream basis æqualem scil. 97,5 milliaribus quadraticis; cum igitur mons ex hyp. sit figuræ conicæ, si basis in tertiam altitudinis partem multiplicetur, productus in milliaribus cubicis exhibebit ipsius montis contentum solidum; atque tertia pars altitudinis ex hypothesi æqualis est uni milliari, qui multiplicans numerum 97.5 productus, seu montis soliditas erit æqualis milliaribus cubicis 97, 5; qui numerus si rursus multiplicetur per 124.000 000 000 000.000 000 000, productus seu numerus 12 187 500 000 000 000 000 000 exhibebit numerum arenularum ex quibus mons insulæ *Teneriffæ* componi possit.

Hisce investigatis, videamus quot particulæ seu sanguinei globuli in una arenula contineri possunt, ex supra monstratis uniuscujusque globuli magnitudo minor est digiti cubici partibus

$$\frac{8}{1.000.000\ 000\ 000\ 000.000\ 000.\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000}$$; & magnitudo unius arenulæ æqualis est digiti cubici parti $\frac{1}{1\ 000\ 000}$; adeoque si posterior hic numerus per priorem dividatur quotiens $\frac{1\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000}{8\ 000\ 000}$,

seu $\frac{1\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000}{8}$; hoc est,

125 000.000 000.000.000 000.000 000 minor erit numero globulorum sanguinis, qui in magnitudine unius arenulæ contineri possunt; sed numerus hic 125 000.000.000.000 000.000.000 000 divisus per 12 187 500.000 000.000.000:000 numerum arenularum, quæ in monte Insulæ *Teneriffæ* contineri possunt, quotiens major erit quam numerus 10 256; adeoque una arenula plusquam decem millies ducenties quinquagesies

 gesies

gesies & sexies plures globulos sanguineos in se continere potest, quam Altissimus totius telluris mons arenulas; vel, quod idem est, decem mille ducenti quinquaginta & sex montes, quorum unusquisque æqualis est altissimo totius telluris monti, non tot possint in se continere arenulas, quot una arenula possit in se continere particulas sanguineas animalculorum, quæ per microscopia in quibusdam fluidis natantia cernuntur. Quod erat ostendendum. Cum igitur globuli hi tantillæ sunt magnitudinis, quid sentiendum erit de particulis fluidum componentibus, in quo istiusmodi globuli vehuntur, & de spirituum animalium subtilitate? hæc proculdubio tanta est, ut omnem calculum & imaginandi vim fugiat.

Supra modum mirabilis est hæc naturæ subtilitas; at sunt aliæ materiæ particulæ memoratis multo subtiliores, ad quas si prædicti globuli referantur non montium sed ingentium terrarum instar apparebunt. Lucis intelligo particulas, quæ à corpore lucido ineffabili celeritate undiquaque projiciuntur, quarum subtilitatem animus humanus nunquam forte nisi post adeptam in cœlis perfectionem assequetur; immensam tamen ipsam esse vel exinde colligitur, quod lumen tenuissimæ lucernæ in tempore omnino insensibili, & absque ullo sensibili ipsius lucernæ decremento, ad distantiam duorum millia passuum ab oculo sentitur; Unde necesse est, ut in omni assignabili parte sphæræ activitatis istius lucernæ, cujus diameter quatuor millibus passuum major est, & in omni assignabili temporis particula, sint quædam istius lucernæ particulæ, quæ oculum ingrediuntur vel ingredi possunt; quæ quidem in diversis temporis partibus diversæ erunt. Atque per ineffabilem illam lucis subtilitatem fit, ut Sol etiamsi continuo ab ipsius creationis exordio lucem celerrime in omnem mundi partem emittat, non tamen sensibile quidquam per omne illud tempus de sua magnitudine amisit, etiamsi quotidie per aliquam, inæsti-

mabilem

mabilem licet, quantitatem decrescat; unde etiamsi post sex mille annos ejus diminutio nondum notabilis evasit, post finitam tamen annorum seriem, quamvis valde protractam, totus dissipabitur. Ex quo sequitur Mundum hunc nec in æternum existere posse, nec potuisse ab æterno extitisse.

Qui dicta in hisce lectionibus probe intellexerit, is potest facile sequentis problematis solutionem exhibere;

Data materiæ quavis quantitate, v. g. *ea quæ est in una arenula, & spatio quovis quantumvis magno, finito tamen* v. g. *æquali ei, quod intra sphæram fixarum continetur, materiam hanc ita per totum illud spatium disponere, & ipsum ita per illam materiæ particulam implere, ut nullum sit in spatio hoc vacuum, cujus diameter major sit quam data recta; vel, quod idem est, efficere ut diametri pororum istius arenulæ, quæ totum illud spatium occupat, sint data recta minores.*

Atque eodem modo, quo solvitur hoc problema, ostenditur quo pacto fieri potest ut una arenula totum illud spatium obfuscet & ne minimo lucis radio transitum præbeat, sed totum illud spatium opacum reddat.

LECTIO

LECTIO VI.

De Motu Loco & Tempore.

CUM hactenus de corporum Soliditate, Extensione, Divisibilitate, & Subtilitate, satis à nobis dictum sit; ad motum jam, nobilissimam, qua gaudet corpus, affectionem, dilucidandum accedimus: quo mediante se prodit natura, ea rerum varietate agentem, quæ videri non sine stupore debet; quo sublato, omnis periret mundi ornatus, & spectabilis pulchritudo; atque horrendæ tenebræ, & infinitus torpor, res omnes occuparent. Ab hoc pendent dierum & noctium vicissitudines, frigoris, & caloris, nivis, pluviæ, & serenitatis, sese mutuo excipientium tanta varietas, atque anni tempestates omnes. Per motum crescunt plantæ, nutriuntur arbores, & vivunt animalia, cum ipsa vita non nisi in motu, hoc est sanguinis circulatione consistit. Sed quid singulis enumerandis moror? cum res omnes ex motu nascuntur.

Scientia igitur de motu, ad rite philosophandum adeo est necessaria, ut ne vel minimum naturæ opus absque eo investigari possit. Hinc celebre & verissimum illud philosophi Effatum ἀναγκαῖον ἀγνοουμένης αὐτῆς κινήσεως ἀγνοεῖσθαι καὶ τὴν φύσιν. Ignorato motu naturam ignorari necesse est.

De motus natura, causis, & communicatione, multum inter se disceptant Physici seu potius Metaphysici; & mirum est quantas lites, de re satis clara, moverunt; & quæ idearum confusio, quæ tenebræ exinde subortæ sunt, adeo ut inter disputandi ineptias, naturalis & simplex, quam de eo habuerunt notitia, ipsis elabi videatur. Vix enim è plebe quemquam, aut rudem artificem inveniemus, qui non plus novit de vera natura,

atque

atque causa quam omnes hi disputantes philosophi, quorum quidem aliqui eo pervenerunt insaniæ, ut motum omnem tanquam rem impossibilem à corporibus sustulerunt & argutias quasdam proposuerunt quibus illius impossibilitatem adstruere sibi visi sunt.

Liceat hic validiora quædam illorum argumenta proferre; & primum sit illud Diodori Croni: Nempe, si corpus movetur, vel movetur in loco quo est, vel in loco quo non est, quorum utrumvis est impossibile; si enim movetur in loco quo est, ab illo loco nunquam exiret, adeoque nullus daretur motus; similiter non potest movere in loco quo non est, quia nihil agit in loco quo non est, ergo non omnino movebitur corpus. Respondeo, nec corpus movere in loco quo est, nec in loco quo non est, sed movere è loco in locum.

Secundum Argumentum est illud Zenonis, quod Achillis nomine insignivit, quo Zeno conatur probare, si daretur motus, Achillem etsi velocissimum testudinem animalium tardissimam nunquam assecuturum: est autem ejusmodi; ponatur Achillem à testudine distare per quodvis spatium finitum, *v. g.* mille passuum, atque eum centies velocius testudine movere supponamus; ergo dum Achilles unum percurrit milliare, testudo milliaris partem unam centesimam conficiet, adeoque Achilles testudinem nondum est assecutus; & rursus dum Achilles partem illam milliaris centesimam conficit, testudo interim per milliaris partem decemmillesimam reptabit, adeoque nec adhuc testudinem erit assecutus Achilles; eodem modo dum Achilles partem illam milliaris decemmillesimam decurrit, testudo per milliaris partem millionesimam promovebitur, adeoque nec adhuc testudinem attingere potest: atque sic progredi licebit in infinitum, nec unquam potest testudinem captare, sed semper erit aliqua inter Achillem & testudinem distantia.

Famosum est hoc Zenonis argumentum; ad quod solvendum scripserunt quidam integros tractatus; at nos facillime

cillime illius nodum diſſolvemus, dicendo milliare, una cum milliaris parte centeſima, una cum milliaris parte decemmilleſima, una cum milliaris parte millioneſima, & ſic in infinitum, quantitati finitæ æquipollere, hoc enim ab arithmeticis demonſtratum extat, quod ſumma ſeriei cujuſvis quantitatum in quavis proportione Geometrica in infinitum decreſcentium, æqualis ſit quantitati finitæ; ſed milliaris pars $\frac{1}{100}$, una cum parte $\frac{1}{10\,000}$, una cum parte $\frac{1}{1\,000\,000}$ una cum parte $\frac{1}{100\,000\,000}$ centum millioneſima, & ſic in infinitum, eſt ſeries quantitatum in proportione geometrica in infinitùm decreſcentium, adeoque illius ſumma, cum ſit æqualis quantitati finitæ, à mobili cum data velocitate moto, finito in tempore percurri poteſt. Ponamus enim Achillem ſpatio unius horæ milliare peragraſſe, ergo & partem milliaris centeſimam in parte horæ centeſima conficiet, & partem milliaris decemmilleſimam, in horæ parte decemmilleſima percurret; eodem modo pars milliaris millioneſima in parte horæ millioneſima peragrabitur, & ſic de cæteris. ſi igitur hora, una cum horæ parte centeſima, una cum horæ parte decem milleſima, una cum horæ parte millioneſima, $+\frac{1}{100\,000\,000}$ &c. in infinitum, ſi inquam ſumma hujus ſeriei in infinitum continuatæ infinito temporis ſpatio æquipollet, certum eſt Achillem teſtudinem nunquam eſſe aſſecuturum in tempore finito; verum cum, ut hactenus dictum eſt, horæ pars $\frac{1}{100}+\frac{1}{10\,000}+\frac{1}{10\,000}$ &c. ſit ſeries quantitatum in proportione Geometrica in infinitum decreſcentium, erit illius ſumma quantitati finitæ æqualis ſcil. uni parti horæ nonageſimæ nonæ, ut facillime demonſtrari poteſt, & intra illud temporis ſpatium omnes, utcunque

cunque numero infinitæ, temporis particulæ elabentur. Dicimus igitur Achillem testudinem assecuturum post elapsas horam unam & infinitas illas numero particulas quæ in prædictâ serie continentur; hoc est, post horam unam & horæ partem nonagesimam nonam ad testudinem pertinget; atque sic tollitur vis illius argumenti quod tanquam insolubile toties jactaverunt illius patroni.

Hoc etiam proferri solet contra motum argumentum. Moveatur corpus A B ad C, positis B & C duobus punctis contiguis, in instanti D, cum movetur A supponitur esse in B, adeoque in eo instanti non potest ad C pervenire, quia scil. ponitur esse in B, & in eodem instanti non potest esse in utroque, quia nihil potest esse simul in duobus locis, hoc est, in eodem instanti, adeoque in instanti quo est in B non potest ad C pervenire; eodem modo in quolibet alio instanti non potest ad C pervenire, quia adhuc ponitur in B, adeoque secundum hujus argumenti authores nunquam ad C pertinget.

Huic argumento facile responderi potest, dicendo A sub initio instantis D, esse in B puncto, at in fine in puncto C; oportet enim ut tempus omne, in quo peragitur motus finitus, habeat initium & finem.

Sed præterea in allato argumento, non pauca assumpta ponuntur, quæ falsa atque impossibilia sunt, *v.g.* cum duo supponuntur puncta contigua. Si per punctum intelligatur pars indivisibilis seu minima quantitas, talia equidem puncta non dari olim demonstravimus; adeoque si huic hypothesi innitetur argumentum, impossibile erit, ut ullam inferat humano intellectui vim, ad motum convellendum; si vero per puncta intelligantur ipsa puncta mathematica, qualia scil. sunt linearum termini, sectiones, & contactus, hæc equidem ut possibilia agnosco, impossibile tamen erit ut res quævis in iis moveatur; quicquid enim movetur per spatium movetur, at punctum mathema-

tieum alio puncto contiguum non potest spatium componere, sed punctum; nam sicut in Arithmetica mille cyphræ seu nihil millies sumptum nihilo æquipollet; sic in Geometria mille puncta, vel etiam infinita simul puncta quantitatem non component, sed puncto seu non quanto æquipollebunt; unde cum duo puncta contigua tantum puncto æquantur, lubens agnosco non posse motum per ea fieri, at nihil inde sequitur absurdi, motus enim per spatium non tollitur, sed motus per punctum, & absurdum quidem esset si istiusmodi concederetur motus.

Quod de punctis diximus idem potest instantibus accommodari, ostendendo ut magnitudines omnes, sic etiam tempus esse in infinitum divisibile, adeoque nullam esse temporis particulam quæ proprie instans dici potest, seu punctum temporis, sicut nulla est pars lineæ quæ cum puncto Geometrico coincidit, & ut infinita puncta non lineam componunt, sed punctum, sic etiam infinita instantia, seu temporis puncta, nulli tempori æquantur: potest quidem spatium temporis inter diversa instantia dato tempori æquari, at ipsa instantia nulli tempori æqualia erunt, tempus enim non ex instantibus, sed ex partibus quæ sunt tempora componitur, nec motus in instanti sed in tempore peragitur.

Sed hisce nugis valere jussis ad institutum revertor.

Cum motus de quo acturi sumus sit motus *localis*, res postulat ut quædam de loco & tempore prius disseramus. Locus distingui solet in internum, & externum. Internus locus est spatium quod à corpore locato repletur; externus autem is solus est, qui ab Aristotele definitur, & dicitur superficies concava corporis ambientis, & locatum continentis.

Clarius fortasse distinguetur locus, sicut & spatium, in absolutum & relativum. Locus absolutus seu primarius est ea spatii immobilis, permanentis & undique expansi pars, quæ à corpore locato occupatur; Locus relativus seu secundarius est apparens ille & sensibilis,

lis, qui à sensibus nostris ex situ ad alia corpora definitur. Cum enim spatium ipsum sit ens similare & uniforme, cujus partes videri nequeunt, & per sensus à se invicem distingui, ideo convenit ut corporum loca ad alia corpora referantur, & per distantias & positiones ad alia ista corpora determinantur, *v. g.* ponamus aliquem in angulo quovis domus alicujus sedere; illius locus per distantiam respectum & positionem quam habet ad alios angulos, parietes, & circumstantia corpora, quæ tanquam immobilia spectantur, definietur; & quamdiu quisquam eundem situm, & distantiam ab hisce corporibus conservat, tamdiu in eodem manere loco videbitur; sic etiam si quisquam in nave sedeat, sive quiescit navis sive movetur, quamdiu eandem servat distantiam ab omnibus navis partibus quæ tanquam quiescentia spectantur, & eadem manet ad eas omnes positio, idem etiam manebit illius locus relativus.

Quod de loco diximus potest etiam spatio similiter applicari, *scil.* illud quoque in absolutum & relativum distingui; Absolutum dicimus illud, quod sua natura, absque relatione ad externum quodvis, semper manet similare & immobile. Relativum autem est quod ad corpora quædam refertur, per quæ determinatur, & mensuratur; cujus nempe partes ad corpora illa eandem semper servant positionem & situm, & quarum distantia ab iis immutata, eadem semper perseverat.

Spatium relativum idem semper magnitudine & figura est cum spatio absoluto, non tamen necesse est ut idem semper numero maneat cum eodem; nam in prædicto navis exemplo, si navis absolute quiescit, in eo quidem casu spatium relativum cum absoluto coincidit, non magnitudine & figura tantum, sed etiam & numero: at si ponamus navem movere, spatium absolutum quod intra cavitatem navis continetur, erit in diversis locis diversum; at cum ipsa cavitas & figura

navis eadem manet, erit ſpatii in ea contenti eadem ſemper & invariata magnitudo, eadem illius figura, & ejus partes ſimiliter ſitæ, ad eaſdem navis partes, eandem ſemper habent poſitionem & diſtantiam, & proinde idem ſpatium relativum dici meretur.

Sic etiam in hypotheſi terræ motæ, ſpatium quod intra parietes ædificii continetur, etſi abſolutum ſcil. ſpectando, ſemper mutatur, cum tamen eadem manet ædificii cavitas, eadem figura, & omnes ſpatii contenti partes ſimiles, ad eaſdem ædificii partes eundem ſemper conſervant ſitum, imo cum ad ſpatium aeris noſtri relativum, ſeu etiam ad omnes terræ partes, eandem ſemper obtinet poſitionem, ſpatium illud idem relativum dici poteſt.

Eodem modo & tempus diſtingui poteſt in abſolutum & relativum. Tempus abſolutum æquabiliter fluit, hoc eſt, nunquam tardius, nunquam velocius procedit, ſed abſque omni relatione ad corporis cujuſcunque motum, æquo ſemper labitur tenore. Tempus relativum ſeu apparens eſt ſenſibilis durationis cujuſvis per motum menſura; cum enim ipſius temporis fluxus æquabilis ſenſus non afficit, advocandus eſt in ſubſidium motus æquabilis, ut menſura aliqua ſenſibilis, quæ illius quantitatem determinet, cujus partes temporis partibus ſemper reſpondeant, & proportionales ſint; motus autem ille uniformis, qui ad menſuram temporis adhibendus eſt, debet eſſe maxime notabilis, cunctis obvius, & in omnium ſenſus incurrens, qualis vulgo cenſetur apparens ille Solis & Lunæ, & reliquorum ſiderum revolutiones; per quas tempus partimur in horas, dies, menſes, & annos; Et ſicut ea tempora æqualia judicamus, quæ præterlabuntur dum mobile aliquod æquabili velocitate latum æqualia ſpatia percurrit, ſic æqualia etiam dicenda ſunt tempora, quæ fluunt dum Sol, vel Luna, revolutiones ſuas ad ſenſum æquales peragunt.

Verum cum, ut hactenus dictum eſt, temporis fluxus

accelerari aut retardari nequit, corpora autem omnia nunc incitatius nunc ſegnius moveri poſſunt, nec fortaſſe datur in rerum natura motus perfecte æquabilis, neceſſe eſt ut tempus abſolutum ſit aliquid à motu vere & realiter diſtinctum, nec illius natura magis à motu corporum quam ab eorundem quiete dependet; ponamus enim cœlum & ſidera ab ipſo mundi exordio immobilia perſtitiſſe, at non ideo ſiſti potuit temporis curſus, ſed illius quieſcentis ſtatus duratio æqualis eſſet tempori quod jam movendo elapſum eſt; præterea cum conſtat ex ſacra hiſtoria tempore *Joſuæ*, ſolem in eodem cœli viſibilis puncto, per aliquod tempus immotum manſiſſe, non tamen ideo tempus abſolutum perſtitit & cum ſole rurſus progredi cœpit, ſed eodem quo prius celeri præterlabebatur curſu; quamvis omnia horologia ſciatherica eandem diei horam, per omne illud ſtationis tempus indicabant, & ſic quidem ſubſtitit tempus apparens ad ſolis nempe motum relatum, cum abſolutum interim uniformiter progrediebatur.

Sic etiam cum & hodie ſolis motus apparens uniformis non eſt, nec ejus revolutio diurna æquabilis erit, ut omnes agnoſcunt Aſtronomi, ſed aliquando celeriore, aliquando lentiore procedit gradu, ac proinde dies naturalis νυχθήμερον ſeu ſpatium temporis una revolutione diurna elapſum nunc minus nunc majus evadet; adeoque tempus apparens non eodem quo, tempus abſolutum, progreditur tenore, unde ut ab illo diſtinguatur neceſſe eſt.

Cum tempus abſolutum ſit quantum uniformiter extenſum & ſua natura ſimpliciſſimum, poteſt per magnitudines ſimpliciſſimas rite repræſentari, ſeu imaginationi noſtræ proponi; quales imprimis videntur eſſe rectæ lineæ, & circulares, quibuſcum & tempori quædam intercedunt analogiæ. Nam tam temporis, quam rectarum, & circularium linearum partes omnes ſunt ſibi ubique ſimiles & uniformes, & ſicut linea per motum

tum

tum ſeu fluxum puncti generatur, cujus quantitàs ab unica pendet longitudine per motum determinata, ſic etiam tempus quodammodo cenſeri poteſt inſtantis continuo labentis veſtigium; cujus quantitas ab unica conſequatur velut in longum exporrecta ſucceſſione, quam ſpatii percurſi longitudo demonſtrat, & proinde optime per fluxum puncti ſeu rectam lineam repræſentari poteſt, quod in ſequentibus ſæpius fiet.

Obſervandum autem nos per temporis vocem intelligere ſpatium illud temporis quo motus tranſequitur, adeoque cum de rebus phyſicis & motu agendum eſt, rite cum Ariſtotele definiri poteſt, Menſura motus ſecundum prius & poſterius; non equidem abſolutam temporis naturam ſpectando, ſed connexionem illam quam motus cum eo habet, ut ſcil. nullum ſpatium à mobili in inſtanti percurri poteſt, ſed ſucceſſive & juxta fluxum temporis omnis motus peragitur, qui igitur cum temporis quantitate comparari poteſt & ab ejus fluxu menſurari.

LECTIO

LECTIO VII.

Definitiones.

I. MOTUS eſt continua & ſucceſſiva loci mutatio.

II. Celeritas eſt affectio motus, quâ mobile datum ſpatium in dato tempore percurrit.

III. Quies autem eſt corporis cujuſvis in eodem loco permanentia.

Hinc ſequitur quietem, motum & celeritatem, ſecundum duplicem loci diſtinctionem, duplices eſſe, abſolutos ſcil. & relativos.

IV. Motus abſolutus eſt mutatio loci abſoluti, & illius celeritas ſecundum ſpatium abſolutum menſuratur.

V. Quies abſoluta eſt permanentia corporis in eodem loco abſoluto.

VI. Motus relativus eſt mutatio loci relativi, cujus celeritas ſecundum ſpatium relativum menſuratur.

VII. Quies vero relativa eſt permanentia corporis in eodem loco relativo.

Ex hiſce ſequitur. Primo, poſſe aliquem relative quieſcere, qui tamen ſecundum ſpatium abſolutum vere & abſolute movetur; *v. g.* ſi aliquis in nave ſedeat, cum eundem retinet locum relativum, eundem ſervat ſitum & diſtantiam ad reliquas navis partes, quæ tanquam quieſcentes ſpectantur, ille relative quieſcit; cum tamen interea eodem provehitur motu, eadem celeri-

tate, & secundum eandem plagam, qua ipsa navis à ventis defertur; in quo casu, omnes navis partes eundem inter se situm servantes spectatori intra navem posito tanquam quiescentes apparebunt: è contra, dum ipsa navis movetur, spectatori in navi locato littora aliaque corpora extra navem circumjacentia moveri videbuntur, ea celeritate, at versus contrariam plagam, qua ad ea revera accedit navis, vel ab iisdem recedit: hujus apparentiæ ratio ex principiis Opticis facile ostenditur: ea enim corpora ut quiescentia videmus, quæ ad ipsum oculum easdem semper servant positiones & distantias. Quæ autem moveri videmus corpora, ea distantias suas & positiones oculi respectu mutare deprehendimus; vel ut paulo altius rem deducamus.

Cum Optica nos doceat omne corpus, quod videtur, imaginem suam ope radiorum à visibili prodeuntium in ipso fundo oculi seu retina depictam habere; sequitur, ut ea objecta moveri videantur, quorum imagines in retina moventur; hoc est, quæ diversas retinæ partes successive pertranseunt, dum quis oculum suum immotum supponit: at ea objecta tanquam quiescentia cernuntur, quorum imagines eandem semper occupant retinæ partem, cum scil. imaginum motus in oculi fundo non sentitur; atque hinc est, quod in nave sedentes ipsius navis motum non percipiant; omnes quippe navis partes inter se relative quiescentes eandem positionem & distantiam quoad oculum servantes, imagines suas in iisdem retinæ partibus semper depictas habebunt; earum igitur motus non videbitur: at cum ad littora oculos vertat spectator, dum ipsa navis movetur, necesse est ut objectum quodlibet externum situm suum oculi respectu mutet, & proinde ejus imago alias atque alias retinæ partes successive occupabit; hoc est, objectum externum movere videbitur. Ob eandem rationem, si terra circa solem vel suum axem moveatur, illius motus ab ipsius terræ incolis

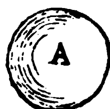
neutiquam

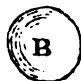
neutiquam percipietur,cum ſc. ædificia & omnia in terra objecta viſibilia iiſdem ſemper terræ partibus inſidentia, eandem ſemper inter ſe & oculum poſitionem ſervabunt; ſin aſtra aliaque omnia corpora terræ non adhærentia aſpiciantur, ea ob eandem cauſam, qua prius littora, moveri videbuntur; hoc eſt, ſi terra circa ſuum axem rotetur ab occidente in orientem, ſol & reliqua ſidera ab oriente in occidentem moveri conſpicientur.

Sed terræ motu pauliſper dimiſſo, ad exemplum navis redeamus; ſi navis ſecundum quamcunque directionem feratur *v. g.* verſus orientem, & aliquis in prora ſedens lapidem verſus occidentem cum eadem velocitate projiciat, qua ipſa navis ad orientem progreditur; lapis in hoc caſu ſpectatori intra navem moveri videbitur verſus occidentem, & ejus velocitas relativa æqualis erit ipſius navis celeritati abſolutæ; revera tamen lapis quieſcit in ſpatio abſoluto, abſtrahendo à terræ motu & eo omni qui ex gravitate oriri poteſt. At ſi ponamus aliquem extra navem in aere pendulum, ille lapidem quieſcentem ſpectabit; cum vero gravis ſit lapis videbit illum perpendiculariter tantum deorſum moventem, nec magis verſus ortum quam occaſum tendentem; vis enim à projiciente in lapidem impreſſà nihil aliud agit, quam deſtruit æqualem vim motûs, quæ à navi verſus contrariam plagam ipſi communicabatur; moto enim quolibet corpore vel ſpatio, etiam omnia corpora vel corporum particulæ intra illud relative quieſcentia, eadem celeritate & ſecundum eandem plagam moventur;

At objiciat aliquis, lapidem è manu projicientis emiſſum in ipſam puppim impingere, eique ictum imprimere, adeoque cum lapis in ipſam puppim irruit, non poteſt non moveri; reſpondeo, verum quidem eſſe eos, qui intra navem verſantur, lapidem in puppim irruentem eamque percutientem conſpicere; at ſi ponatur aliquis extra navem in aere pendulus; ille non lapidem verſus puppim, ſed puppim in lapidem impin-

gentem videbit, & ictus magnitudo, qui in utrovis corpore recipitur, eadem omnino erit ac si navis quiesceret, & lapis revera versus puppim impelleretur, eadem celeritate, qua puppis ad lapidem accedit. Si enim duo sint corpora A & B utcunque æqualia vel inæqualia; eadem erit percussionis vis, sive B cum data celeritate in corpus A quiescens impingat, vel si quiescat B, & A eadem celeritate in ipsum irruit, vel si utrumque corpus versus eandem plagam moveretur, & subsequens A celerius motum in ipsum B impingeret; eadem erit quantitas ictus, ac si B omnino quiesceret & A solum latum esset, differentia celeritatum, qua scil. ipsius celeritas celeritatem corporis B superabat; vel denique, si tam A quam B versus contrarias partes ferantur, ictus magnitudo eadem foret, ac si unum quiesceret, & alterum motum esset cum ea celeritate, quæ sit summæ priorum velocitatum æqualis: verbo dicam. eadem semper manente velocitate relativa corporum, qua ad se invicem accedunt, eadem quoque erit percussionis quantitas, quomodocunque veræ velocitates partiantur, ut in sequentibus demonstrabitur.. sed rursus ad navem redeamus.





Si vis, qua lapis à projiciente emittitur, minor sit eâ quæ ex navis motu in hoc casu recipitur, lapis ipse revera in eandem, qua ipsa navis, plagam motu scil. absoluto deferetur; hoc est, à spectatore, quem extra navem in aere hærentem posuimus, versus orientem moveri videbitur, ea celeritate, qua celeritas navis celeritatem motus ab impellentis dextra impressi superabat; at in ipsa navi degentibus lapis versus occasum moveri apparebit, eadem prorsus celeritate, quam à projicientis manu accepit, qua etiam in puppim impingere videbitur.

Sed si quis in puppi sedens lapidem versus proram

projiciat,

projiciat, verus & absolutus illius motus erit versus proram seu orientem,& à spectatore nostro extra navem posito ea celeritate ferri conspicietur, quæ æqualis sit summæ duarum celeritatum, illius scil. quam à projiciente accepit, & illius quæ per motum navis ipsi communicabatur.

Hæc omnia hypothesi terræ motus possunt applicari. Si enim terra solummodo circa axem suum revolvatur ab occidente versus orientem, & lapis vel globus è tormento projiciatur ad occidentem ea celeritate, qua terra circa axem vertitur; impetus, quem globus ex tormento recipit, contrarium impetum, qui ex terra illi imprimebatur, destruet; adeoque in spatio absoluto quiesceret globus, secluso motu ex gravitate orto; nihilominus qui in terræ superficie degunt & una cum ea revolvunt, lapidem vel globum versus occasum celeriter ferri conspicient, & si murus aliquis ejus motui apparenti objiciatur, eadem vi globum murum ferientem videbunt, ac si murus revera quiesceret, & globus contra illum ea celeritate impingeret, quam in eo casu ab explosione reciperet; nam eadem, ut dictum est, erit ictus quantitas, sive globus cum determinata celeritate in murum quiescentem projiciatur, sive murus in globum quiescentem eadem celeritate irruat.

Si minor sit vis, quæ in globum per bombardæ explosionem imprimitur, eâ quæ per diurnum motum terræ illi communicatur, globus revera versus orientem feretur, at quia ejus velocitas minor est ea, qua nos versus orientem revolvimur, globus à nobis ad occidentem tendere conspicietur; & obstaculum quodcunque ejus motui apparenti oppositum ea vi ferire videbitur, ac si revera obstaculum in eodem spatio absoluto permansisset, & globus in ipsum ea vi, quam à bombarda accepit, impegisset. Si deinceps globus versus orientem explodatur, motus ejus absolutus erit in orientem, & ejus velocitas in tantum superabit velocitatem, qua ipsa tellus fertur, quanta est ea quæ globo

per

per bombardam imprimitur, adeoque eâ solâ velocitatis differentiâ in obstaculum quodcunque irruit, & illud percutiet.

Verum universaliter, corporum in dato spatio inclusorum idem erunt motus inter se, iidem congressus, eadem percussionis vis, sive spatium illud quiescat sive moveatur uniformiter in directum.

Motu, quiete, celeritate tam absolutis, quam relativis prolixe satis explicatis, ad alios terminos definiendos accedo.

VIII. Spatium percursum est via illa quæ à corpore motu suo peragratur.

IX. Illius longitudo est recta illa quæ à centro corporis moti describitur.

X. Directio motus est recta quà tendit mobile.

XI. Motus æquabilis fit quando mobile eadem semper celeritate omnes longitudinis seu spatii percursi partes describit.

XII. Motus acceleratus est cujus velocitas continuo crescit.

XIII. Motus retardatus est cujus velocitas continuo minuitur.

XIV. Motus æquabiliter acceleratus est, cui temporibus semper æqualibus æqualia accedunt velocitatis incrementa.

XV. Motus æquabiliter retardatus est, cujus velocitas temporibus æqualibus ad quietem usque æqualiter decrescat.

XVI. Momentum (quod & quantitas motus sæpe etiam simpliciter motus dici solet) est potentia seu vis illa corporibus motis insita quâ è locis suis continuo tendunt.

XVII. Impedimentum vero est quod motui obstat

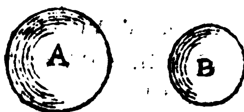
ſtat vel reſiſtit atque illum deſtruit vel ſaltem minuit.

XVIII. Vis motrix eſt potentia agentis ad motum efficiendum.

XIX. Vis impreſſa eſt actio in corpus exercita ad ejus ſtatum vel motus vel quietis mutandum.

Si corpus A quieſcat & movendum ſit cum data celeritate, vis illa quæ ipſi imprimitur, quaque accepta cum data velocitate moveri incipit, dicitur vis impreſſa; in quo caſu à vi motrici non niſi in concipiendi modo differt, eadem enim vis quatenus ab agente procedit, dicitur vis motrix, & quatenus à patiente recipitur, dicitur vis impreſſa; ſic etiam, ſi corpus B moveatur, quædam determinata requiritur vis ad illius motum minuendum, & quædam etiam determinata vis neceſſario habenda eſt ad illius motum omnino ſiſtendum; quæ cum in corpus B exercetur, vis impreſſa dicitur.

Non ignoro quoſdam philoſophos quantitatem motus ab illius celeritate non diſtinguere; ea quippe corpora æquales motus habere dicunt, quæ æquali celeritete moventur, ſive ipſa corpora æqualia ſive inæqualia exiſtant, ſive unum ſit exiguum admodum, alterum vero utcunque magnum, modo eadem velocitate utrumque corpus latum ſit, in utroque ſemper eandem motus quantitatem permanere volunt. At non ratio ſolum, verum & experientia docet motum non modo augeri in ratione velocitatis, ſed & etiam in ratione molis ſeu magnitudinis, poſitis corporibus homogeneis ſeu ejuſdem ſpeciei; *v. g.* ſint duo corpora A & B, quorum A majus corpus, & B minus, & momentum ſeu quantitas motus ipſius A non tantum majus erit momento ipſius B, ſi A velocius feratur ipſo B; verum ſi utrumque



æquali celeritate feratur, erit vis seu energia, qua corpus majus A fertur, major ea quam habet corpus B ad suum locum mutandum; quia scil. vis contraria obstaculi vel impedimenti major requiritur ad sistendum motum majoris corporis A, quam ea quæ necessaria est ad motum corporis minoris B tollendum; quippe, si sit corpus A centrum librarum, pondus vero ipsius B unius libræ, & si æqualis sit in utroque corpore celeritas, vis quam corpus A exercet quaque obstaculum quodvis removere conabitur (& proinde vis impedimenti renitentis & motum illius destruentis multo major erit vi motus corporis B,) qua scil. impedimentum removere nititur, & illius impedimenti vis, quæ necessario requiritur ad motum ipsius B destruendum, minor erit vi impedimenti quæ sufficiens erit ad motum mobilis A auferendum. Verum in sequentibus theoremata dabimus, quibus motus quantitas æstimari & ejus mensura determinari potest.

XX. Vires motrices æquales sunt quæ similiter agentes æquales motuum quantitates in dato tempore producunt.

XXI. Vires contrariæ sunt quarum lineæ directionis sunt contrariæ.

XXII. Gravitas est vis ferens deorsum, qua corpora rectà ad terram tendent.

XXIII. Vis centripeta est vis illa, qua corpus ad punctum aliquod tanquam centrum continuo urgetur, atque hinc sequitur gravitatem esse vim quandam centripetam.

XXIV. Per vim centrifugam autem intelligimus vim qua corpus aliquod continuo urgetur ut à centro recedat.

Vires autem hæ semper æstimantur per vires contrarias quæ corpora in eodem statu retinere possunt; sic

si

si corpus aliquod filo alligatum circa centrum immobile revolvat, vis, qua à centro recedere conatur, est vis centrifuga; actio autem fili renitentis & corpus versus centrum continuo retrahentis, qua fit ut corpus in eodem semper circulo revolvat, erit tanquam vis centripeta vi centrifugæ æqualis, adeoque harum virium una per alteram rite æstimari potest; sic etiam vis gravitatis alicujus corporis innotescit per vim ipsi contrariam & æqualem qua ipsius descensus, impediri potest. Potest autem vis illa vel esse alterius corporis pondus (per mechanicum aliquod instrumentum *e. g.* libram) contrarie agentis, vel vis centrifuga quæ orietur, si corpus illud cum certa quadam & determinata velocitate in circulo circa centrum terræ revolvat, vel denique potest esse alterius corporis firmitudo & resistentia supra quod pondus premens incumbit.

XXV. Quantitas acceleratrix cujusvis vis est mensura velocitatis quam vis illa in dato tempore generat.

In eadem à terra distantia corpora omnia utcunque inæqualium ponderum æquivelociter descendunt, & proinde æquales sunt ipsorum vires acceleratrices; in distantiis autem inæqualibus inæqualiter, in majori scil. minus in minore magis accelerantur.

LECTIO VIII.

FINITIS definitionibus, ad res minus claras, vel terminos minus usitatos explicandos inservientibus, ad axiomata physica accedimus. Cum autem philosophiæ naturalis objectum sint corpora corporumque in se invicem actiones, quæ non tam facile & distincte concipiuntur, quam simplices illæ magnitudinum species de quibus tractat Geometria; nollem ut quisquam in materia physica, tam rigidæ demonstrandi methodo insistet, ut principia demonstrationum, hoc est, axiomata adeo clara & per se evidentia postulet, ac illa sunt quæ in Geometriæ elementis traduntur; talia equidem dari rei natura non permittit. Verum sufficiat si ea adhibeantur, quæ rationi & experientiæ congrua esse deprehendimus, quorum veritas primò quasi intuitu elucet, quæ sibi ipsis fidem apud non obstinatos conciliant, & quibus assensum suum nemo denegabit, nisi se omnino Scepticum vel Pyrrhonicum profiteatur.

Verum etiam in demonstrationibus laxiore aliquando argumentationis genere utendum est, & propositiones adhibendæ sunt non absolute veræ, sed ad veritatem quam proxime accedentes. *e. g.* cum demonstratur omnes ejusdem penduli vibrationes in arcubus circuli minoribus factas, æquidiuturnas fore. Supponitur arcum circuli parvum ejusdemque chordam esse declivitatis & longitudinis ejusdem, quod tamen, si rigidam veritatem spectemus, admittendum non est: at in physica hac materia tantillum à vero abludit, ut differentia merito est negligenda, & discrepantia vibrationum quæ ex illa differentia oritur omnino insensibilis evadit, uti experientia testatur. Sic etiam insignis philosophus & Geometra D. Gregorius in *Elementis suis Catoptricis & Dioptricis* laxiorem Geometriam adhibet, lineas & angulos

angulos tanquam æquales assumendo, qui revera inæquales ad æqualitatem quam proxime accedunt. atque sic pulcherrima solvit problemata physica quæ alias intricacissima futura sunt. Sed etiam ipsi Neutono aliquando arridet hæc methodus; ut videre est *in prop.*3. *lib.*2. *Philosophiæ naturalis princip. Math.*

Si qui vero sint qui contra istiusmodi principia & demonstrationes pertinacem obfirmant, animum & propositionibus satis manifestis se expugnari non patiuntur, hos ut supina sua ignorantia gaudeant relinquimus nec dignos esse qui ad veram physicam admittantur censemus.

Axiomata.

I. Non entis aut nihili nullæ sunt proprietates aut affectiones.

II. Nullum Corpus potest naturaliter in nihilum abire.

III. Omnis mutatio corpori naturali inducta ab agente externo procedit; corpus enim omne est iners materiæ moles & nullam sibi ipsi mutationem inducere valet.

IV, Effectus sunt causis suis adæquatis proportionales.

V. Causæ rerum naturalium eæ sunt, quæ simplicissimæ sunt & phænomenis explicandis sufficiunt: nam natura methodo simplicissimâ & maxime expeditâ semper progreditur; hisce enim operandi modis se melius prodit Sapientia Divina.

VI. Effectuum naturalium ejusdem generis eædem sunt causæ; ut descensus lapidis & ligni ab eâdem causâ procedit; eadem quoque est causa lucis & caloris in sole & in igne

 culinari;

culinari; reflexionis lucis in terra & planetis.

VII. Quæ duæ res ita inter se connexæ sunt ut sesè perpetuo comitentur, & quarum unâ mutatâ, altera quoque similiter mutetur vel tollatur, vel harum una alterius causa est vel utraque ab eadem causa communi provenit.

Sic si sit acus magnetica circa axem versatilis, cui magnes admoveatur & circa eandem revolvat; acus etiam continuo eodem tenore movebitur, & si sistatur magnetis motus, subsistet quoque ipsius acus circulatio, & rursus cum ipso magnete revolvere incipiet; unde nemo dubitat quin acûs vertigo ab ipsius magnetis motu dependeat; sic etiam cum fluxus & refluxus maris in eodem loco semper fiat, cum Luna ad eundem circulum horarium pervenerit & ejus motum continuo comitatur; periodus nempe æstuum periodo motuum lunarium ita præcise respondet ut nulla à tot seculis notata sit sit aberratio, retardantur enim minutis 48. in singulos dies, & in syzygiis Lunæ cum Sole semper fit æstus maximus, in quadraturis minimus; unde agnoscendum est maris fluxum à motu lunæ & ipsius situ respectu solis pendere.

VIII. Moto corpore quovis secundum quamcunque plagam, omnes ejusdem particulæ, quæ in ipso relative quiescunt, eadem velocitate simul secundum eandem plagam progrediuntur, hoc est; moto loco relativo movebitur quoque locatum.

IX. Æquales materiæ quantitates eadem velocitate latæ æqualia habebunt momenta seu motuum quantitates.

Nam

Nam momentum cujusque corporis est summa momentorum omnium particularum corpus illud componentium, & proinde ubi æquales sunt particularum magnitudines & numeri, æqualia erunt momenta.

X. Vires æquales & contrariæ in idem corpus agentes mutuum effectum tollunt.

XI. Ab inæqualibus autem & contrariis viribus producitur motus æquipollens excessui præpollentis.

XII. Motus à viribus conspirantibus, hoc est, secundum eandem directionem agentibus productus æquipollet earundem summæ.

XIII. Æquipollens si vel augeatur vel contrarium minuatur fit præpollens.

Qui mechanice philosophari volunt duo sequentia adhibent Effata.

XIV. Omnis materia est ejusdem ubique naturæ & eadem habet essentialia attributa, sive in cœlis sit, sive in terris, sive apparet sub forma corporis fluidi, sive duri aut alterius cujusvis; hoc est, materia cujusvis corporis *e.g.* ligni à materia alterius cujusvis non essentialiter differt.

XV. Diversæ autem corporum formæ non sunt nisi diversæ modificationes ejusdem materiæ; & à varia particularum corpora componentium magnitudine, figura, textura, positione & cæteris modis pendent.

XVI. Sic etiam qualitates seu actiones vel potentiæ quorundam corporum in alia corpora oriuntur solum ex prioribus affectionibus & motu conjunctim.

Ponunt

Ponunt autem philoſophi materiam eſſe omnium formarum & qualitatum commune ſubſtratum, quæ ad omnes ſe indifferenter habet, cum ſit omnium capax, & eadem ſemper manet ſub quibuſcunque videtur formis, unde & à Peripateticis materia prima nuncupatur.

Quamvis vero formæ & qualitates ipſi materiæ ſunt prorſus accidentales, ad corpus tamen, quod ex forma & materia ſimul junctis coaleſcit, neceſſario & eſſentialiter pertinent; *v. g.* quamvis materia ligni prorſus ſit indifferens ad hanc vel illam formam ſeu particularum figuram & texturam, quibus infinitis modis variatis eadem ſemper manet, non tamen poteſt lignum ſubſiſtere ſine determinata illa particularum modificatione, quæ formam lignei corporis conſtituit, qua ſublata perit lignum, & eadem materia in alterius generis corpus tranſit; quod autem in particularum modificatione forma corporis lignei conſiſtit, patet ubi lignum igni immittitur & materia forma illa privatur; nam per vim ignis diſſolvitur particularum nexus & textura, & harum pars quædam in fumum & vapores tranſit, altera in cineres reducitur.

Multa à philoſophis proferuntur exempla, ut oſtendant varias particularum ejuſdem materiæ magnitudines, figuras & texturas, varias producere corporum formas & ex variis etiam ipſarum motu & poſitione varias oriri qualitates; quorum aliqua hic adducemus.

Primo, cum per calorem ſolis aqueæ particulæ rareſiunt, ex mari ad ſupremum fere aera ſub forma vaporum evehuntur, at recens hæc forma non aliunde provenit quam ex partium mutato ſitu; per rarefactionem autem fit, ut aqueæ particulæ plura & patentiora forte contineant in ſe ſpatiola, vel omnino vacua, vel puriſſimo tantum æthere repleta, unde harum materia majus occupans ſpatium, quam æqualis materiæ aeriæ quantitas, aere redditur minus intenſive gravis, & proinde ſurſum trudetur, eodem modo quo ſuber ſub aqua demerſum: nec unquam conſiſtunt vapores donec ad aerem

rem ejusdem gravitatis perveniunt, ubi relative quiescunt, & nubes quæ mille figuras imitantur componunt.

Mox ubi per ventorum cursum aer minus gravis redditur, vapores eandem retinentes gravitatem necessario subsident, & in casu suo per aeris resistentiam condensati, & in minus spatium coacti formam priorem amittunt, & in terram cadentes pluviæ speciem induunt.

Multo maxima hujus pars per fluvios ad mare deducitur iterum in vapores abitura, pars vero aliqua terræ se immiscet, & ibi deposita arborum herbarumque radices & semina ingreditur, è quibus in alias plane & novas corporum species assurgit. Et eadem quidem pluvialis aqua diversa corpora componit, prout diversa ingreditur rerum semina; quædam scil. transit in plantagines, quædam in gramina, aliqua in flores, aliqua in quercus, arnos fagos & alias quamplurimas arborum & plantarum species.

Nec in eadem planta omnino similaris manet eadem pluvia, cum plantæ omnes ex innumeris heterogeneis constant partibus; sic in lino *e. g.* alia est forma radicis, alia caulis, alia tenuium fibrarum, alia florum, alia seminis, alia capsularum semen continentium.

Varia quoque est in eodem lino vasorum structura, sua enim habet vasa humorum circulationi inservientia, non aliter ac in corpore animato; sed & diversis omnino gaudent hæ partes proprietatibus: caulis *e. g.* est corpus lignosum & post exsiccationem valde friabile, dum cortex seu membranula caulem operiens ex oblongis tenuissimis & plicabilibus constat fibris varie inter se connexis.

Hanc membranam à caule sua separant linifices, & postquam mille tractaverunt modis, fibras ejus in oblonga contorquent fila; mutata particularum positione & situ, & tunc sane aliam & longe diversam subeunt fibrillæ formam ab ea, quam in viridi habebant planta.

Mox in se convoluta fila, iisdem manentibus particu-
lis

lis, ipsarum minimis glomorum species præbent. Fila hæc varie inter se connectunt & texunt linteones, & arte suâ tela ex illis componunt, quæ vestimenta hominibus præbent. hæc denique in linteola redacta aquæ immittuntur & malleis ligneis in mollem quasi pulpam rediguntur, quæ tandem, exsiccato humore aqueo in formam papyri transmutatur, quæ si igni immittatur partim in tenuissimum pulverem, partim in fumum evanescit.

At hæ omnes tam multifariæ sub quibus eadem materia apparet formæ non nisi ex particularum mutata figura, magnitudine & textura poveniunt, & ab his solummodo pendent.

Sic si metalla liquantur, ignis vi partium cohæsio dissolvitur, & particulæ metallicæ à se invicem separatæ rapidissimo cientur motu, quo fit ut formam corporis fluidi induant.

Hinc etiam (ut videtur) oritur illa salium & metallorum in menstruis dissolutio; per fermentationem enim separantur partes à se invicem, & in minima resolutæ corpuscula ipsius fluidi agitantur motu, unde tanquam corpora fluida apparebunt. Ex hisce corporum ipsorumque partium figuris & reliquis modificationibus plurimi oriuntur effectus, plurimæ qualitates singulis corporum generibus propriæ, quas perire necesse est, si partium constitutio mutetur. sic ex eadem materia *v. g.* ferro formantur claves, cultri, *limæ*, serræ, & alia innumera instrumenta ad varios usus accommodata, quorum qualitates & effectus ex solis pendent eorundem figuris; unde enim clavi potentia sua ad ostium reserandum, nisi ab ipsius figura, magnitudine, & partium congruitate cum partibus seræ cui immittitur? unde cuneis & cultris potentia ad corpora findenda? nonne hanc ex sola ipsarum figura provenire demonstratur in vulgaribus de mechanica scriptis? unde fiunt motus in automatis tam regulares, nisi ex rotis inter se dispositis, sibi invicem adaptatis, & commissis? unde denique fit, ut per machinas artificiales

tanti

tanti effectus producantur? certè ratio non aliunde quam ab ipsarum fabrica petenda est.

Nec minus partium suarum constitutioni & modificationi debent corpora naturalia, quam artificialia, omnes enim ipsorum operationes non nisi ex motu, situ, ordine, figura, & positione corpusculorum procedunt, quibus in quovis corpore mutatis, mutantur etiam eo ipso istius corporis qualitates.

Si corporis superficies sit scabra & aspera lucem in ipsam incidentem undequaque reflectit, propterea quod partes superficiales lucem excipientes & remittentes non omnes in una atque eadem superficie regulari, sed infinitis fere, iisque diversis locantur planis; unde lucem in varia hæc plana incidentem undique etiam reflecti necesse est. Hinc glacies, quæ cum integra & polita sit nullius fere est coloris, in partes tamen contusa, seu asperam & angulosam habens superficiem, alba apparet, scil. cum lumen copiose & in omnes partes reflectit. Eadem quoque est ratio albescentis aquæ cum in spumam vertitur.

Est autem plerorumque corporum visibilium ea structura, ut superficies eorum partem radiorum in se incidentium suffocare, partem remittere possunt; si superficies ita sunt comparatæ, ut omnia radiorum genera æqualiter reflectant vel æqualiter suffocent, erit illorum color vel albus, vel niger, vel subfuscus, inter album & nigrum medius; nam color albus non aliter differt à nigro, quam quod alba corpora plurimos reflectunt omne genus radios, nigra autem paucissimos. Hoc patet ex umbra corporis opaci, quæ sole lucente in parietem album projicitur; pars enim in qua umbra versatur cum multo pauciores quam reliquæ omnes excipiat radios, multo pauciores quoque reflectit, adeoque reliquarum respectu nigra apparet. At si partes illæ reliquæ, non plures reciperent radios, quam ea ubi umbra projicitur, tunc ubique idem foret color, nempe albus.

Si talis sit superficiei textura, ut aliquod radiorum

genus magis ſpiſſe, & reliqua omnia minus ſpiſſe, reflectit, ſuperficiei color ad eum accedet qui ex radiis magis ſpiſſe reflexis oritur, hoc exinde demonſtrari poteſt quod ejuſdem objecti varius erit color, prout varia excipit radiorum genera reliquis interceptis, ut primus invenit Sagaciſſimus *Newtonus*, ſic ſi per trigonum vitreum radii rubri (ſic enim vocitare licet colorem rubrum producentes) in objectum cæruleum projiciantur, objectum ſuum mutabit colorem, & rubrum induet, ſin flavos tantum excipiat radios, tunç ejus color in flavedinem vertitur, ſi cærulei incidant radii, cæruleus apparebit, & color ille ceteris omnibus coloribus vividior erit, eo quod horum radiorum multo plures reflectit, & pauciores ſuffocat quam reliquorum.

Si ſuperficies corporis ſit exacte polita, hoc eſt, nulla aſperitate & ſcabritie impedita, & radios ſatis confertos reflectit, hæc ab objecto quovis prodeuntes radios & in ipſam incidentes ita reflectet; ut objecti illius imaginem conſpiciendam præbeat. Et ob eam cauſam corpora iſtiuſmodi ſuperficies habentia ſpecula vocantur. Si ſpeculum ſit planum, imago erit objecto æqualis, & pone ſpeculum invenietur, ad diſtantiam æqualem ei qnam habet radians ante ipſum; ſi ſuperficies ſit concava ſpherica, & objectum radians magis diſtat ab ipſo quam $\frac{1}{2}$ diametri ſpheræ, imago in aere pendula inter radians & ſpeculum apparebit, & ipſo quidem objecto minor erit; ſi radians in centro locetur ibi quoque erit ejus imago ipſi æqualis; ſi ultra centrum verſus ſpeculum progreditur radians, ita ſcil. ut major ſit ipſius diſtantia ab eo quam $\frac{1}{4}$ diametri, imago à ſpeculo ultra centrum tranſcurret, & radiante major erit: cum autem radians ad diſtantiam æqualem $\frac{1}{4}$ diametri pervenerit, tum imaginis diſtantia infinita evadit; ſi autem tantillo propius ad ſpeculum accedat, imago erit pone ſpeculum ipſo radiante major. Omnia hæc tam diverſa phænomena ex ſola mutata diſtantia proveniunt, cæteris omnibus pariter ſe habentibus.

Videamus

Videamus jam varios illos & prorſus contrarios effectus, qui ex ſolo mutato ſitu ſeu poſitione oriuntur, aliis rebus omnibus æqualiter exiſtentibus, præter ea quæ ex mutatione ſitus dependent.

Omnes jam agnoſcunt philoſophi ſolem in centro hujus ſyſtematis quieſcere, terram autem, reliquorum planetarum inſtar, circa ipſum ſpatio annuo deferri, ita autem Terra circa Solem movetur, ut axis ejus non ad orbitæ ſuæ planum normalis ſed ad ipſum inclinatus angulo $66\frac{1}{2}^{o}$ ſibi ſemper parallelus maneat. Et propter hunc parallelisſmum & inclinationem, neceſſe eſt, ut Terra aliquando unum ipſius polum Soli obvertat, aliquando alterum, & proinde Terræ partes omnes varios ſubibunt ad Solem ſitus. Ex hac ſitus mutatione dependent omnes illæ tempeſtatum viciſſitudines quæ ſingulis annis obveniunt, ſcil. æſtas, hyems, ver & autumnus; ſi enim axis Terræ ad planum ſuæ orbitæ normalis eſſet, tunc nullæ forent temporum mutationes, nullæ dierum & noctium differentiæ, ſed quælibet Terræ pars radiorum Solarium æquales vires eodem ſemper exciperet modo.

Cum autem ſingulæ Terræ partes Solis reſpectu ſitum ſuum continuo mutent, & ejuſdem radios nunc magis obliquos, nunc minus, nunc breviore nunc diuturniore tempore excipiant, diverſæ & prorſus contrariæ exinde oriuntur phaſes. Autumno ſcil. exareſcunt ſegetes, & fructus matureſcunt, paulatim tamen viridem & amœnam faciem deponunt campi, & decidunt arboribus folia. Mox ingruente hyeme frigent & horrent omnia, nix tegit alta montes, cujus onere depreſſæ laborant ſilvæ, imo quod mirum eſt, ipſæ maris aquæ ſtabiles & firmæ redduntur, quodque prius fuit navibus tantum penetrabile, nunc exercitus & caſtra gerit.

Terra autem continuo revolvente, quælibet ejus pars Solis reſpectu ſitum mutat, & quæ prius averſa, nunc Solem reſpicere incipit; quod dum fit, defugiunt nives, redeunt gramina campis & ſua arboribus folia, nec ſta-

bulis jam gaudet equus, nec arator igne, sed nova prorsus & læta apparet rerum facies, & annus per æstatem ad autumnum revolvitur.

Cum jam tot diversi, tot contrarii eveniunt effectus ex sola situs mutatione, & tam varia ex hac consequantur phænomena, cæteris omnibus causis iisdem manentibus, certe ex positione, distantia, magnitudine, figura, & structura partium corpora componentium, ex effluviorum motu, & subtilitate, ex corporum congruitate, & eorum ad alia corpora respectu, ex hisce inquam omnibus varie & infinitis fere modis junctis & simul combinatis, infinitæ propemodum diversæ provenire possunt corporum formæ affectiones, & in se invicem operationes, nec quicquam in natura conspiciendum est quod ex hisce non pendet. Si enim hæc mutentur, mutabuntur simul corporum formæ, qualitates & operationes. *e.g.* constat attractiones & directiones magneticas ex partium structura oriri, nam si ictu satis valido magnes percutiatur, quo partium internarum positio mutetur, mutabitur etiam eo ipso magnetis polus. Et si igni immittatur magnes, quo interna partium structura mutetur vel prorsus destruatur, tunc amittit omnem priorem virtutem, & ab aliis vix differt lapidibus.

Etiamsi autem generaliter ostensum sit operationes magneticas ab interna partium constitutione quodammodo provenire, modus tamen operandi, ex mechanicis & intellectu facillimis principiis deductus, non adhuc inventus est. Quodque nonnulli de effluviis, materia subtili, particulis poris magnetis adaptis, &c. generaliter prædicant, minime nos ad claram & distinctam harum operationum explicationem deducit: sed omnibus hisce non obstantibus virtutes magneticæ inter occultas qualitates reponendæ sunt.

Ex dictis sequitur, qualitates corporum, quæ à formis non pendent, quæque eâdem manente materiæ qualitate intendi & remitti nequeunt, sed omnibus insunt corporum generibus, in quibus experimenta instituere liceat,

ceat, esse qualitates omnium corporum universales. Cum enim ex forma seu modificationibus corporum non proveniant, oportet ut ab ipsa dependeant materia; sed cum omnis materiæ eadem sit natura, & pars ipsius quævis ab alia non nisi per modos differat, erunt qualitates ex hisce modis productæ in omni materia eædem.

LECTIO

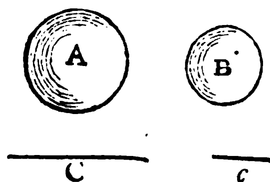
LECTIO IX.

Theoremata de Motus Quantitate & Spatiis à mobilibus percursis.

THEOR. I.

IN comparandis corporum motibus, si mobilium quantitates materiæ æquales sint, erunt momenta seu motuum quantitates, ut velocitates.

Sint A & B duo mobilia æquales habentia materiæ quantitates, & moveatur A celeritate C, B vero celeritate *c*; dico momentum seu quantitatem motûs in mobili A, esse ad momentum seu quantitatem motûs in mobili B, ut celeritas C ad celeritatem *c*: si enim vis aliqua imprimenda sit corpori A, ad illud movendum cum data velocitate C, dupla habenda est vis ad movendum corpus B cum dupla velocitate, & tripla adhibenda est vis ad illud movendum cum tripla velocitate, & dimidia tantum vis necessaria est ad movendum B cum dimidia velocitate, & sic de cæteris multiplicibus vel submultiplicibus; *i.e.* cum (per axioma quartum) effectus sint causis suis adæquatis proportionales, si vis, quæ adhibetur ad corpus B movendum, sit dupla istius quæ applicatur ad A movendum, erit quoque illius momentum hujus momenti duplum; si tripla habenda est vis, erit quoque motus corporis B motûs ipsius A triplus; si dimidia tantum vis corpori B imprimatur, erit ejus momentum dimidium momenti ipsius A:



hoc

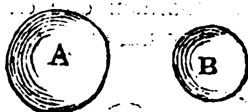
hoc est, cum velocitas corporis A sit universaliter ad velocitatem ipsius B, ut vis impressa corpori A, ad vim ipsi B impressam, & ut vis impressa mobili A ad vim impressam corpori B, ita momentum seu quantitas motûs in A, ad momentum seu quantitatem motûs in B, erit velocitas mobilis A ad velocitatem mobilis B ut motus ipsius A ad motum mobilis B. Q. E. D.

Cor. Si momenta sint ut velocitates, erunt quantitates materiæ in corporibus motis æquales.

THEOR. II.

In comparatis motibus, si celeritates sint æquales, erunt corporum momenta seu motuum quantitates, ut quantitates materiæ in iisdem, vel si mobilia sint homogenea, ut ipsorum magnitudines.

Sint duo mobilia A & B, quorum utrumque fertur eadem celeritate C, dico momentum corporis A, esse ad momentum corporis B, ut quantitas materiæ ipsius A ad quantitatem materiæ ipsius B. si enim materiæ quantitas in A dupla sit illius quæ est in B, dividi potest A in duas partes, quarum utralibet, tantum habebit materiæ, ac proinde per axioma 8, tantum motus, quantum habet B; cum scil. eadem velocitate utrumque corpus feratur; adeoque erit momentum corporis A momenti corporis B duplum.



Si materiæ quantitas in A tripla sit ejus quæ est in B, dividi potest A in tres partes, quarum unaquæque habebit motus quantitatem, æqualem ei quæ est in B, & universaliter, quamcunque proportionem habet materia in A, ad materiam in B, eandem habebit rationem momen-

tum ipsius A, ad momentum ipsius B, si modo eadem velocitate utrumque corpus latum fuerit.

Si corpora homogenea sint, erunt quantitates materiæ, ut ipsorum magnitudines seu moles, ac proinde ipsorum motus erunt etiam in eadem magnitudinum ratione.

Cor. Si momenta sint ut quantitates materiæ, erunt celeritates corporum æquales.

THEOR. III.

In comparatis motibus quorumcunque corporum, momentorum ratio componitur ex rationibus quantitatum materiæ & celeritatum.

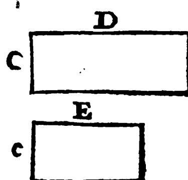
Sint duo mobilia quæcunque A & B, & moveatur A celeritate C, B vero celeritate *c*; dico momentum ipsius A esse ad momentum ipsius B, in ratione composita ex ratione quantitatis materiæ in A, ad quantitatem materiæ in B, & ratione celeritatis corporis A, ad celeritatem corporis B. Ponatur corpus tertium G, quod materiam habet æqualem ei quæ est in A, sed moveatur celeritate corporis B. Constat ex Elementis rationem momenti corporis A, ad momentum corporis B, compositam esse ex ratione momenti corporis A, ad momentum corporis G, & ratione momenti corporis G ad momentum corporis B; sed [per Theor. I.] momentum corporis A, est ad momentum corporis G, ut celeritas C est ad celeritatem *c*, & cum G & B eadem celeritate feruntur, momentum corporis G erit ad momentum corporis B, ut materiæ quantitas in G vel A ad quantitatem materiæ in B. ideoque erit quoque momentum corporis A, ad momentum corporis B, in ratione composita celeritatis C ad celeritatem *c*, & quantitatis materiæ in A vel G ad quantitatem materiæ in B. Q. E. D.

A G B
C c

Cor.

Cor. 1. Si corpora sint homogenea, momentorum ratio erit composita ex ratione magnitudinum & celeritatum.

Cor. 2. Si fiat ut A ad B, hoc est, ut materiæ quantitas in A ad quantitatem materiæ in B, ita recta D ad rectam E, & compleantur rectangula sub D & C, & sub E & *c*, erit momentum mobilis A ad momentum mobilis B, ut rectangulum DC ad rectangulum E*c*.



Nam quia est ut A ad B, ita D ad E, erit ratio composita ex rationibus A ad B & C ad *c* æqualis rationi compositæ ex rationibus D ad E & C ad *c*; sed [per 23. El. 6.] ratio composita ex rationibus D ad E & C ad *c* æqualis est rationi rectanguli DC ad rectangulum E*c*, & [per Theor. hoc tertium] ratio momenti mobilis A ad momentum mobilis B æqualis est rationi compositæ ex rationibus A ad B seu D ad E & C ad *c*, quare erit ut rectangulum DC ad rectangulum E*c*, ita momentum mobilis A ad momentum mobilis B. Cujusvis igitur corporis momentum considerari potest tanquam rectangulum factum ex ductu molis vel quantitatis materiæ in eodem contentæ in ejusdem celeritatem.

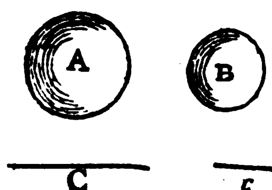
Cor. 3. Quare quæcunque demonstrata sunt de horum rectangulorum proportione, eadem quoque vera erunt de corporum momentis hisce rectangulis proportionalibus; *v. g.* si sit ut D ad E, vel ut A ad B, ita *c* ad C, erunt in eo casu mobilium momenta æqualia; rectangula enim parallelogramma latera reciproce proportionalia habentia sunt æqualia [per 14. El. 6.] & è contra, si rectangula sint æqualia, erunt latera reciproce proportionalia; hoc est, si quantitates materiæ, seu in corporibus ejusdem generis, eorundem magnitudines sint celeritatibus reciproce proportionales, erunt momenta æqualia; & conversim, si momenta sint æqualia, erit ut materiæ quantitas in uno ad quan-

atem

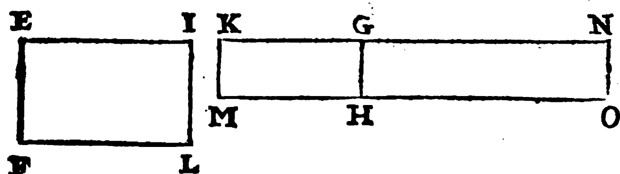
titatem materiæ in altero, ita reciproce hujus celeritas ad illius celeritatem; hinc etiam demonstratur sequens.

THEOR. IV.

In comparatis motibus, celeritatum ratio componitur ex ratione directa momentorum, & reciproca quantitatum materiæ.



Sint duo mobilia A & B, & feratur A celeritate C, B vero celeritate *c*. Dico esse C ad *c*, hoc est, celeritatem unius A ad celeritatem alterius B, in ratione directa momenti corporis A ad momentum corporis B, & ratione reciproca materiæ in B ad materiam in A. Fiat ut A ad B, ita recta E I ad rectam K G; & fiat I L æqualis C; G H vero æqualis *c*; &



compleantur rectangula E L, K H. Per superius dicta rectangula E L, K H repræsentabunt momenta mobilium A & B respective; ad G H applicetur rectangulum H N æquale rectangulo E L. Cum igitur H N æquale sit E L, erit [per 16. El. 6.] I L ad G H, ut G N ad E I; sed ratio G N ad E I æqualis est rationi G N ad G K, & G K ad E I; hoc est, æqualis rationibus rectanguli H N vel E L ad K H rectangulum, & G K ad E I: quare erit celeritas C vel I L ad celeritatem *c* vel G H, in ratione composita ex ratione momenti E L ad momentum K H, & materiæ G K ad materiam

teriam E I; hoc eſt, velocitas cujuſque corporis ſemper eſt ut illius momentum applicatum ad ejuſdem materiam. Q. E. D.

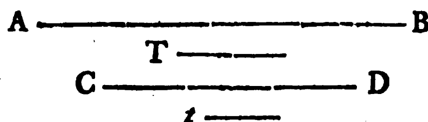
Simili prorſus ratiocinio colligitur, corporis cujuſque materiam eſſe ſemper ut momentum ad ejuſdem velocitatem applicatum.

Atque hæc de corporum momentis. De proportione ſpatiorum à mobilibus emenſorum ſequentia etiam vulgo demonſtrantur Theoremata.

THEOR. V.

In comparatis motibus, ſi mobilium celeritates ſint æquales, erunt ſpatia ab illis percurſa directe ut tempora quibus peraguntur motus.

Percurrat mobile longitudinem A B, tempore T, motu æquabili & uniformi; item idem vel aliud mo-



bile eadem velocitate latum percurrat longitudinem C D, tempore *t*; dico lineam A B eſſe ad lineam C D, ut tempus T ad tempus *t*. Etenim ſi tempus T ſit duplum ipſius *t*, poteſt illud dividi in duas partes, quarum unaquæque æqualis erit *t*, adeoque ſingula ſpatia, æqualibus hiſce temporis partibus eadem celeritate percurſa, æqualia erunt ſpatio percurſo in tempore *t*; & duo ſpatia ſimul ſumpta ſpatii tempore *t* percurſi dupla erunt: eodem modo, ſi T ſit triplum ipſius *t*, dividi poteſt T in tres partes æquales, & ſpatia ſingulis hiſce temporibus percurſa æqualia erunt ſpatio tempore *t* percurſo; ac proinde tria ſpatia ſimul ſumpta ſpatii tempore *t* percurſi tripla erunt; idem de aliis multiplicibus & ſubmultiplicibus oſtendi poteſt; quare

M 2 univerſaliter

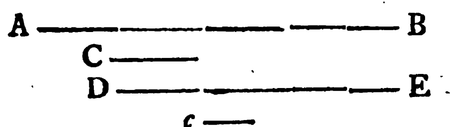
univerſaliter, quamcunque proportionem habet T ad *t*, eandem habebit ſpatium percurſum AB ad ſpatium percurſum CD. Q. E. D.

Cor. Si tempora ſint ut ſpatia percurſa, celeritates ſunt æquales.

THEOR. VI.

In comparatis motibus, ſi lationum tempora æqualia ſint, ſpatia percurſa erunt ut celeritates.

Percurrat mobile aliquod in dato tempore longitudinem AB, celeritate C; & in eodem vel æquali tempore, percurrat idem vel aliud mobile longitudinem DE, celeritate *c*; dico lineam AB eſſe ad lineam DE, ut celeritas C eſt ad celeritatem *c*. Si enim celeri-



tas C ſit dupla ipſius *c*, erit ſpatium AB percurſum celeritate C duplum ſpatii DE percurſi celeritate *c*; ſi celeritas C ſit tripla ipſius *c*, erit quoque AB longitudo ipſius DE longitudinis tripla; ſi C ſit dimidia ipſius *c*, erit AB ipſius DE dimidia; & univerſaliter, cum æqualia tempora in percurrendis lineis inſumantur, quamcumque proportionem habet celeritas C ad celeritatem *c*, eandem habebit longitudo percurſa AB ad longitudinem percurſam DE. Q. E. D.

Cor. Si celeritates ſint ut ſpatia percurſa, tempora erunt æqualia.

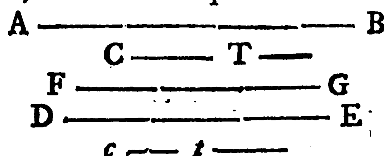
Potuiſſent duo prima Theoremata, item quintum & hoc ſextum univerſaliter per æquimultiplicia, Euclidis methodo, demonſtrari; verum cum per ſe adeo clara ſint ut inter axiomata reponi poſſunt, vix tanto demonſtrationis apparatu indigeant.

THEOR.

THEOR. VII.

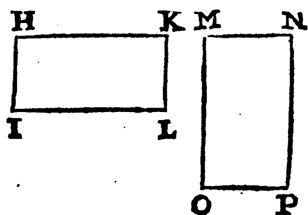
Longitudines percurſæ ſunt in ratione compoſita ex rationibus temporum & celeritatum.

Sit linea AB peragrata celeritate C, tempore T; & linea DE celeritate *c*, tempore *t*; dico rationem AB ad DE compoſitam eſſe ex ratione celeritatis C ad celeritatem *c*, & ratione temporis T ad tempus *t*. Po-



natur linea FG percurri tempore T, celeritate *c*; conſtat AB eſſe ad DE, in ratione compoſita ex rationibus AB ad FG, & FG ad DE. Sed cum AB & FG eodem tempore percurrantur; erit AB ad FG, ut celeritas C ad celeritatem *c*; cum vero mobilia eadem celeritate deſcribunt lineas FG & DE, erit [per Theor. 6.] FG ad DE, ut T tempus ad *t* tempus quare cum ratio AB ad DE componitur ex rationibus AB ad FG, & FG ad DE; erit etiam compoſita ex rationibus AB hiſce rationibus æqualibus, nempe ex ratione celeritatis C ad celeritatem *c*; & temporis T ad tempus *t*.

Cor. 1. Si fiat HK æqualis C, HI æqualis T, item MN æqualis *c*, & MO æqualis *t*, & compleantur rectangula parallelogramma HL, MP; erit AB ad DE, ut rectangulum HL ad MP rectangulum; nam [per 23. El. 6.] eſt rectangulum HL ad rectangulum MP, in ratione compoſita ex rationibus HK ad MN, & HI ad MO; ſed [per præcedens



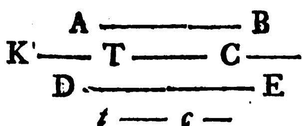
dens Theorema] ſpatium percurſum A B eſt ad ſpatium percurſum D E, in ratione ex iiſdem rationibus compoſita; unde ſpatia hæc percurſa conſiderari poſſunt, tanquam rectangula facta ex ductu temporum in celeritates.

Cor. 2. Si igitur ſpatia percurſa ſint æqualia, erit quoque rectangulum ſub celeritate & tempore, quibus unum ſpatium tranſigitur, æquale rectangulo ſub celeritate & tempore, quibus alterum peragratur ſpatium; & proinde erit ut celeritas ad celeritatem, ita reciproce tempus ad tempus [per 14. El. 6.]. Si igitur ſpatia percurſa ſint æqualia, tempora erunt reciproce ut celeritates.

THEOR. VIII.

In comparatis motibus, temporum ratio componitur ex directâ ratione longitudinum, & reciproca celeritatum.

Theorema hoc demonſtrari poteſt eodem modo ex præcedenti, quo quartum ſequitur ex tertio; perſpicuitatis autem gratia ſic breviter oſtenditur. Percurratur tempore T longitudo A B, celeritate C; item tempore *t* longitudo D E percurratur, celeritate *c*; dico tempus T eſſe ad tempus *t* in ratione compoſita ex directa ratione longitudinis A B ad longitudinem D E, & reciproca celeritatis C ad celeritatem *c*.



Sit K tempus quo pertranſiri poteſt longitudo A B, cum celeritate *c*, erit ratio temporis T ad tempus *t* compoſita ex ratione T ad K, & K ad *t*; ſed [per corol. præcedentis] eſt ut T ad K, ita *c* ad C (cum idem ſpatium utroque tempore percurritur) & ut K ad *t*, ita [per cor. theor. 5.] longitudo A B ad longitudinem D E; quare erit T ad *t* in ratione compoſita celeritatis

tis *c*, ad celeritatem C, & longitudinis AB ad longitudinem DE; hoc est, tempora sunt in ratione composita ex reciproca celeritatum, & directa longitudinum. Q. E. D.

Eodem modo ostenditur, celeritates esse in ratione directa longitudinum, & reciproca temporum.

Cor. 1. Atque hinc sequitur tempus esse ut spatium percursum applicatum ad celeritatem.

Cor. 2. Celeritas quoque est ut spatium percursum applicatum ad tempus.

Theorema tertium & septimum demonstrari possunt ex universali hoc theoremate, nempe,

Si effectus aliqui ex pluribus simul causis pendeant, ita scil. ut augeantur vel diminuantur in eadem ratione, qua augetur aut diminuitur causarum aliqua, erunt effectus illi in ratione causarum omnium composita; hoc est, si causæ A, B, C simul agentes producant effectum E, qui cæteris iisdem manentibus semper est ut causarum quævis; & aliæ causæ *a*, *b*, *c*, prioribus respective similes & similiter agentes, producant effectum *e* erit; ut E ad *e* ita $A \times B \times C$ ad $a \times b \times c$. Quod methodo simili ei, quam in præcedentibus demonstrationibus adhibuimus facile ostendi potest.

Ad eundem modum, si idem effectus ex pluribus rebus simul pendeat, quarum aliquæ eundem adjuvant vel augeant, in ea ratione qua ipsæ augeantur; aliquæ vero impediunt vel minuunt, in eadem ratione qua augentur, erit effectus semper directe ut causæ adjuvantes, & reciproce ut agentes impedientes vel minuentes.

Theorema septimum in stylo Newtoniano sic demonstratur,

Data celeritate, spatium percursum est ut tempus; & dato tempore, spatium percursum est ut celeritas; quare neutro eorum dato, est ut celeritas & tempus conjunctim.

Sic

Sic etiam Theorema octavum ostenditur,

Data celeritate, tempus est directe ut spatium percursum; & dato spatio, tempus est reciproce ut celeritas; quare neutro dato, tempus erit directe ut spatium & reciproce ut celeritas.

Similiter Theoremata tertium & quartum efferri possunt, atque hanc methodum nos etiam brevitati studentes interdum usurpabimus.

LECTIO X.

IN Demonſtrationibus præcedenti lectione adhibitis methodum expoſuimus, qua res phyſicæ ad Geometriam primo, deinde ad Arithmeticam reducendæ ſunt; cum enim ibi demonſtratur corporum motus eſſe ut rectangula ſub ipſorum celeritate & materia; ex datis cujuſvis corporis materia & celeritate, dabitur ejuſdem momentum; æquale ſcil. facto ex celeritate corporis in ejuſdem quantitatem materiæ; *v. g.* ſit corpus A octo partium, B vero partium ſex, celeritas ipſius A ut 5, & corporis B celeritas ut 3; erit motus corporis A quadraginta partium; & motus corporis B partium tantum octodecim.

Ita ex datis corporis cujuſvis momento & materia, innoteſcet quoque illius celeritas; nempe ſi dividatur momentum per ipſius materiam, quotiens exhibebit ejuſdem velocitatem; ſit enim motus in corpore A partium 40, & ejus materia octo partium; ſit etiam motus in corpore B partium octodecim, & illius materia partium 6; dividendo quadraginta per octo, quotiens quinque exhibebit, velocitatem ſc. mobilis A; & dividendo octodecim per 6, Quotiens tria dabit, velocitatem mobilis B.

Cum per exempla res magis eluceſcunt, & numeri ſemper ad praxin ſunt advocandi, ut tyrones ſe melius illis aſſueſcant; licebit nobis ſcientiam de motu per numeros quandoque illuſtrare, & Arithmeticam tam ſpecioſam quam numeroſam adhibere; ex ſpecioſa enim Arithmetica eruuntur canones quidam generales, qui poſtea ad numeros particulares ſunt applicandi.

Sic denotet A materiam in quovis dato corpore A, C vero ejuſdem celeritatem, atque ipſius momentum vocetur M; vel potius hæ literæ denotent numeros quantitatibus illis proportionales; erit $C \times A = M$ & $C = \frac{M}{A}$ & $A = \frac{M}{C}$

Similiter cum ſpatium percurſum ſit ſemper rectangulo ſub celeritate & tempore proportionale; Si ſpatium dicatur S, tempus T, & celeritas C, erit $S = C \times T$; & $C = \frac{S}{T}$; & $T = \frac{S}{C}$; & proinde dum ſit $M = A \times C$, erit quoque $M = \frac{A \times S}{T}$; vel ſi T detur, erit $M = A \times S$; hoc eſt, cujuſque corporis momentum eſt ut ipſius materia ducta in ſpatium, ab ipſo in dato tempore percurſum. Alia quamplurima hiſce ſimilia, quæ nonnulli pro motus legibus venditant, ex hactenus demonſtratis deduci poſſunt; at cum ea omnia tyro quivis facilè per ſe eruere poteſt, non opus eſt ut hic proferantur.

Ex ſupra demonſtratis conſtat, momentum corporis cujuſcunque oriri ex motu partium ſingularium; nam ſingulis corporis particulis ineſt impetus ſeu vis movendi, & ex harum virium ſumma componitur impetus ſeu quantitas motus totius corporis.

Hinc etiam colligitur; quo major corporibus ineſt materiæ quantitas, eo major adhibenda eſt vis ad corpora ea cum data velocitate movenda, & eorum proinde momenta eadem ratione majora erunt; ſi igitur ſint duo corpora eadem velocitate lata, erunt quantitates materiæ in ipſis ſemper ut eorundem momenta; adeoque ſi corpora mole æqualia inæqualia habuerint momenta, neceſſe eſt, ut in illis inæquales quoque ſint materiæ quantitates; & quod minus habet momenti, plures habebit poros ſeu ſpatia, vel omnino vacua, vel materia aliqua repleta, quæ non participat de motu totius corporis, cujus poros implere ſupponitur; ſic, *e. g.* ſi fiant duo globi ſuberis & plumbi, ejuſdem magnitudinis, & utrumque eadem velocitate moveatur; cum experientia notum eſt, momentum unius multo majus eſſe momento alterius, neceſſe eſt ut multo plures ſint pori in uno quam in altero, quos vel omnino vacuos eſſe

conce-

concedendum est, vel dicendum eos materia aliqua subtilissima repletos esse, quæ ita libere potest ejusdem poros permeare, ut de motu corporis, cujus poros occupat, non participet.

Ut autem materia illa libere possit aliorum corporum poros permeare nec de ipsorum motu participare, oportet ut omnia corpora omnes suos poros secundum rectas lineas directioni motus parallelas extensos habeant; ut scil. nullæ fiant reflectiones materiæ subtilis contra pororum latera; alioquin una cum ipso corpore movebitur materia, etiamsi subtilissima, quæ ipsius poros replere supponitur; non potest igitur materia subtilis de corporis motu non participare, nisi corpus motum ita disponatur, ut poros suos directioni motus parallelos habeat; cum autem infinitis aliis modis ipsius situs variari potest; hoc est, possunt pororum longitudines in infinitis angulis ad lineam directionis inclinari, & proinde illis omnibus positis, moto corpore, una movebitur materia subtilis in ipsius poris locata; non igitur potest materia subtilis ita corporum poros libere permeare quin de ipsorum motu participet; ac proinde moto corpore, movebitur quoque materia intra ipsum contenta quantumvis subtilis sit; si igitur suber moveatur, secum quoque deferet materiam in ejus poris contentam, adeoque cum minus habet momenti quam globus plumbeus ejusdem magnitudinis eadem velocitate latus, minor erit in subere materiæ copia, & proinde plures pori seu spatia absolute vacua.

Ex demonstratis etiam deducitur sequens theorema.

THEOR. IX.

Pondera corporum omnium sensibilium juxta terræ superficiem, sunt quantitatibus materiæ in iisdem proportionalia.

Nam, ut multiplici pendulorum experientia constat, corpora omnia vi gravitatis perpendiculariter cadentia

(abstrahendo aeris resistentiam) æqualia spatia in iisdem temporibus percurrunt; Nam in vacuo seu medio non resistenti, non plus temporis impendit in descendendo minutissima quævis plumula, quam ponderosum plumbum; adeoque omnium corporum in dato tempore cadentium velocitates sunt æquales; erunt igitur eorum momenta quantitatibus materiæ in iisdem proportionalia; verum vires motum generantes sunt semper motibus seu momentis generatis proportionales, & proinde in hoc casu erunt ut quantitates materiæ in corporibus motis; sunt autem vires quæ motus illos generant ipsæ corporum gravitationes, hoc est, pondera; Omnium igitur corporum pondera sunt quantitatibus materiæ in corporibus existentibus proportionalia. Q. E. D.

Cor. 1. Corporis igitur cujusvis pondus, ex aucta solummodo vel diminuta materiæ quantitate, augetur vel diminuitur;

Cor. 2. Quare eadem manente materiæ quantitate in corpore quovis dato, idem quoque manebit ejusdem pondus, & quamodocunque variatur ejusdem figura vel textura particularum corpus illud componentium, pondus tamen ipsius non mutabitur: adeoque corporum omnium pondera ab illorum formis seu partium texturis non pendent.

Cum (per Axioma 14) Natura cujuscunque materiæ est eadem, nec unum corpus ab alio differt, nisi modaliter, per partium figuram, situm & alias istiusmodi formas, erunt corporum affectiones, quæ ab illorum formis non pendent, in omnibus corporibus eædem; adeoque cum (uti dictum est) corporum pondera ab illorum formis non oriantur, sed à materiæ quantitate pendeant, in æqualibus materiæ quantitatibus, in eadem à terræ distantia, æquales erunt versus terram gravitationes; si vero duorum corporum pondera sint inæqualia, inæquales quoque erunt in iis materiæ quantitates.

Ponamus jam duos globos, plumbi scil. & suberis,

æqua-

æqualium magnitudinum; si in utroque eadem esset materiæ quantitas, (per jam ostensa) utrumque corpus æqualiter ponderaret; nam materia subtilissima poros suberis occupans æque ponderaret ac materia plumbi ipsi æqualis; cum vero magnum sit in duobus hisce globis ponderum discrimen, magnum quoque erit in iisdem materiæ discrimen; & si plumbum subere sit triplo gravius, triplo quoque major erit in plumbo contenta materia, quam in subere; adeoque plures erunt in plumbo pori seu plura spatia absolute vacua: vacuum igitur non tantum possibile est, sed & actu datur; quod erat probandum. atque hinc sequitur materiæ quantitatem in quovis corpore rite per ipsius gravitatem æstimari posse.

Cum momentum augeri potest, tam ex aucta materiæ quantitate, eadem manente velocitate, quam ex aucta velocitate, eadem manente materia, veteres (quos vis pulveris pyrii ad corpora celeriter movenda latebat) machinis ad hostium muros diruendos ita comparatis utebantur, ut ingens materiæ moles, etsi non magna velocitate, vehementi tamen impetu muros concuteret; at hodie per explosionem pulveris pyrii ex tormentis bellicis magna velocitate parvi globuli impelluntur. Quamvis autem veterum machinæ bellicæ hodiernis multum cedant, ipsarum tamen vis ad muros evertendos incredibilis fere fuit; arietes enim ex ingentibus trabibus sibi invicem commissis compositi erant; quorum pondus vel hinc æstimari potest, quod sc. ipsorum aliqui sex hominum millibus (ut alii sc. aliis succederent) ad ipsos gubernandum & motum iis imprimendum indigebant; ea illorum pars, qua murum percutiebant, gravi ferro consolidata fuit, & ex funibus ita dependebant (Arietes compositos intelligo) ut ipsorum longitudines horizonti essent parallelæ; unde magna virorum manu retrorsum acti, statim sua gravitate & hominum viribus simul agentibus antrorsum pulsi, prominenti ferro muros quatiebant; & teste Josepho, nullæ fuerunt turres tam validæ, aut mænia tam lata, quæ potuerunt assiduas ipsorum plagas sustinere.

In machinis, quæ per circumgyrationes rotarum pondera elevant, aliquando per additionem plumbi rotæ graviores redduntur; ut scil. major materiæ copia majorem impetum, seu motus quantitatem concipiat, per quam resistentiæ, tam ex aere quam ex materiæ frictione ortæ, melius resistatur & diutius conservetur motus, qui proinde semel inceptus facile continuabitur.

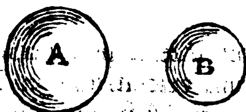
Ab eodem quoque pendet principio, quod lanifices in nendo fusis suis versoriis graves turbines imponunt, ut gyrationes diutius perseverent. Cum scil. motus pars per resistentiam aeris amissa, ad motum ex materiæ additione auctum, minorem habet rationem, quam est ea quam haberet ad motum non auctum.

Ex prædictis etiam solvitur sequens problema.

PROBL. I.

Dato corpore quovis & ejus celeritate, & alio quovis corpore etiam dato; Invenire velocitatem eam, cum qua si moveatur aliud illud corpus, habebit momentum æquale momento prioris corporis dati.

Nempe corpus A moveatur celeritate C; & detur aliud corpus B, quod movendum est cum tali velocitate, ut ipsius momentum æquale sit momento corporis A; fiat ut B ad A, ita C ad aliam *c*; erit hæc velocitas, cum qua si moveatur B, habebit momentum æquale momento corporis A.



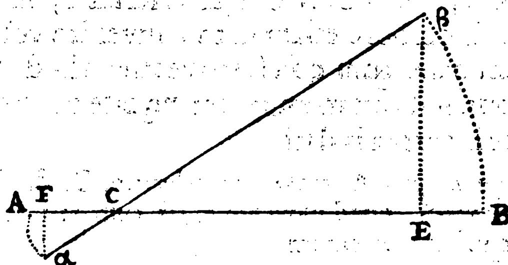
Atque hinc sequitur, corpus quodcunque parvum posse habere momentum æquale momento corporis utcunque magni, quod cum data velocitate movetur. Ex hoc principio pendent omnes machinarum vires, ad cor-

pora trahenda vel elevanda; nempe si machinæ ita fabricentur, ut sit potentiæ velocitas ad velocitatem ponderis, ita pondus ad potentiam; in eo inquam casu, potentia pondus sustinebit. Liceat in rei exemplum vectem adducere, primum illud & simplicissimum instrumentum mechanicum, & ope sequentis Theorematis hanc rem in ipso ostendere.

THEOR. X.

Sit A B vectis (qui tanquam recta inflexilis consideratur) circa punctum seu fulcrum c tantum rotabilis; erit cujusque puncti velocitas, ut ipsius distantia à fulcro.

Nam moveatur vectis ex situ A C B ad situm α C β, & punctum A describet peripheriam A α; B vero per-



currret interea peripheriam B β, quæ proinde erunt ut ipsorum velocitates (per Theor. 6.) sed propter sectores A C α, B C β similes, est A α ad B β, ut A C ad B C; quare erit velocitas puncti A ad velocitatem puncti B, ut A C ad B C; hoc est, punctorum velocitates sunt ut ipsorum à fulcro distantiæ. Quod si punctis A & B applicentur potentiæ vectis brachia tantum sursum vel deorsum trahentes, spatia quæ ab ipsis describuntur secundum vel contra propensiones suas, non sunt peripheriæ A α, B β, sed perpendiculares α F, β E in hori-

zontem

zontem demissæ; nam potentia A per spatium α F tantum & non amplius progressa est secundum directionem vel propensionem suam, adeoque ipsius velocitas per hanc rectam est æstimanda; sicut ob eandem causam velocitas potentiæ B æstimanda est per rectam β E; sed (ob similia triangula α C F, β C E) est α F ad α C, vel A C, ut β E ad β C, vel B C; quare erunt etiam potentiarum velocitates ut ipsarum à fulcro distantiæ.

Cor. 1. Cum corporis cujusque momentum est ut ejus pondus seu vis gravitatis & velocitas conjunctim, si diversa mobilia seu potentiæ vecti applicentur, erunt ipsorum momenta etiam ut vires seu pondera & distantiæ à centro conjunctim.

Cor. 2. Adeoque si eidem vecti duo applicentur pondera, ad distantias à centro seu fulcro ipsis ponderibus reciproce proportionales, erunt ipsorum momenta æqualia; nam velocitates sunt ut distantiæ à centro, adeoque (ex hypothesi) ipsis ponderibus reciproce proportionales, & proinde (per *Cor. Theor.* 3.) erunt ipsarum momenta æqualia; adeoque si contrariè agant, mutuum effectum tollunt (per axioma 10.) & proinde vectis non movebitur. Sic *e.g.* si vecti A B applicentur duo pondera A & B, talia, ut pondus A sit ad pondus B, ut B C ad

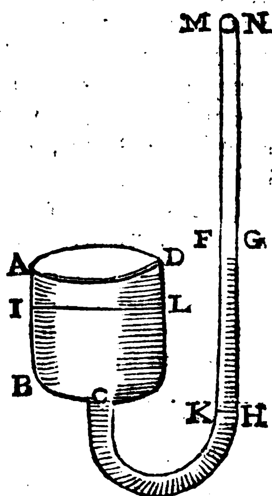


A C, erunt ipsorum ponderum momenta æqualia; sed in hoc casu contrariè agunt, quare vires æquales contrarie agentes omnem motum tollent, & vectis non movebitur, sed situm quemcunque datum retinebit; atque sic per applicationem vectis fieri potest ut vis quævis, utcunque parva, *v. g.* quæ uni libræ æquipollet, pondus quodvis, utcunque magnum nempe mille seu decem mille librarum, potest sustinere; scil. si ita ponatur fulcrum, ut potentia sit ad pondus, reciproce ut eorum à fulcro distantiæ; adeoque si tantillum augeatur potentia, vel pondus minuatur, potentia pondus elevabit.

Cor.

Cor. 3. Per machinas igitur mechanicas non augetur potentiæ, quod quidem fieri non potest, sed ponde- vel elevandi vel trahendi velocitas ita per instru- nti applicationem minuitur, ut ponderis momentum potentiæ non majus evadat; sic, exempli gratia, si vis edam agens possit elevare datum pondus unius libræ n data velocitate, per nullum instrumentum fieri po- : ut eadem vis elevet pondus duarum librarum cum em velocitate; potest tamen per instrumentum cum ocitatis dimidio pondus duarum librarum elevare; potest eadem potentia pondus mille vel decem mil- librarum elevare cum velocitatis parte millesima vel em millesima; sed non ideo augetur potentiæ vis, sed tus quem producit in elevando pondus illud ma- im omnino æqualis est motui, qui producitur cum atur pondus unius libræ.

Ex dictis etiam patet ratio, cur canalibus communicantibus ersæ amplitudinis conserva- liquorum æquilibrium. Sit m canalis amplus A B C D, i alio angustiore M N K H municans in C; in utraque ali infusa aqua ad eandem al- dinem assurget, & descenden- conatus seu vis, quam habet a in canali F H ad elaben- n per orificium C, æqualis est aquæ in canali A C ad de- dendum per idem orificium. m si ponatur, aquam descen- è in canali A C per altitudi- n A I; necesse est, ut aqua in ali F H ascendat ad altitudi- n H N, talem sc. ut cylindrus aquæ M F G N æqua- sit cylindro A I L D, scil. cylindro aquæ, quæ in ca- i A C descendit; sed æqualium cylindrorum reci-



procantur bases & altitudines (per Prop. El. undecimi) hoc est, erit F M ad A I, ut orificium A D ad orificium M N vel F G; sed est F M ad A I, ut velocitas ascensus aquæ in canali F N ad velocitatem descensus aquæ in canali AC, & est orificium A D ad orificium F S, ut aqua in A C ad aquam in canali F H, nam cylindri æque alti sunt inter se ut bases; quare erit velocitas aquæ ascendentis in canali F H ad velocitatem aquæ descendentis in canali A C, ut aqua in canali AC ad aquam in F H; hoc est, aquarum velocitates sunt ipsius reciproce proportionales, & proinde erunt aquarum momenta æqualia; sed sunt contraria, quare nullus sequetur motus.

Hinc obiter patet ratio, cur aqua vel fluidum quodvis ex latiore in angustiorem alveum defluens *majori* celeritate moveatur.

Hinc si in corpore animali, arteriarum ramuli vel arteriæ Capillares habeant summam orificiorum seu potius sectionum tranversarum, majorem sectione tranversa arteriæ magnæ seu Aortæ, unde omnes oriuntur; erit sanguinis velocitas in extremitatibus corporis minor, quam in Aorta; si verò æqualis sit hæc summa sectioni transversæ Aortæ, erit velocitas sanguinis in iisdem æqualis velocitati sanguinis in Aorta; si minor sit summa, tunc major erit velocitas sanguinis per extremas arterias transcurrentis, quam in Aorta.

LECTIO

LECTIO XI.

De Legibus naturæ.

HActenus Theoremata de motus quantitate, ſpatiis à mobilibus percurſis, & quæ exinde conſequuntur corollaria demonſtrata dedimus; ad leges naturæ jam deventum eſt, illas ſc. leges, quas omnia corpora naturalia conſtanter obſervare neceſſe eſt. Has igitur eodem ordine, & iiſdem verbis, prout ab illuſtri *Newtono* proponuntur trademus, quarum prima hæc eſt.

LEX. I.

Corpus omne perſeverat in ſtatu ſuo quieſcendi vel movendi uniformiter in directum, niſi quatenus à viribus impreſſis cogitur ſtatum illum mutare.

Cum corpora naturalia conſtant ex materiæ maſſa, quæ ſibiipſi nullam ſtatus ſui mutationem inducere queat; ſi prius quieſcebant corpora, oportet ut in ea quiete ſemper permaneant, niſi adſit vis nova ad motum in iis producendum; ſi vero in motu ſint, eadem energia ſeu vis motum ſemper conſervabit; & proinde corpora motum ſuum ſemper retinebunt & ſecundum eandem rectam eodem tenore ſemper progredientur, cum nec ſibiipſis quietem, nec retardationem, nec directionis ſuæ mutationem ad deflectendum verſus dextram aut ſiniſtram acquirere valeant. Philoſophos novimus, qui facile agnoſcunt nullum corpus poſſe ſeipſum movere, hoc eſt, per ſe ex quiete ad motum tranſire; at non æque lubenter concedunt corpora ſemel mota non poſſe per ſe ad quietem tendere, eo quod videant pro-

jectorum motus paulatim languescere, & ipsa mobilia ultimo ad quietem pervenire.

Verum ut nullus modus, vel accidens, sponte sua seu per se destruitur, & sicut omnes effectus à causis transeuntibus producti semper permanent, nisi adsit nova aliqua & extranea causa quæ ipsos tollat; sic etiam motus semel inceptus semper continuabitur, nisi vis aliqua externa adsit, quæ ipsi obstat; nec magis potest corpus semel motum, motum seu energiam suam ad movendum deponere, & per se ad quietem redire, quam potest figuram semel sibi inductam exuere & aliam recentem absque causa extrinseca acquirere.

Inest præterea corporibus vis quædam, seu potius inertia, qua mutationi resistunt, unde est quod difficulter admodum è statu suo, qualiscunque is sit, deturbentur; vis vero illa eadem est in corporibus motis ac quiescentibus, nec minus resistunt corpora actioni, qua à motu ad quietem reducuntur, quam ei, qua à quiete ad motum transeunt; hoc est, non minor requiritur vis ad corporis alicujus motum sistendum, quam prius necessaria fuit ad eundem motum eidem corpori imprimendum: unde cum vis inertiæ æqualibus mutationibus æqualiter semper resistit, illa non minus efficax erit, ut corpus in motu semel incepto perseveret, quam ut corpus quiscens semper in eodem quietis statu permaneat.

Quidam sunt Philosophi, qui corpus ex sua natura tam ad motum quam quietem indifferens esse supponunt; at per indifferentiam illam non (ut opinor) intelligunt talem in corporibus dispositionem, per quam quieti aut motui nihil omnino resisterent; quippe hoc posito, sequeretur corpus quodvis maximum summa celeritate motum à minima quavis vi posse sisti; aut si quiesceret magnum illud corpus, ab alio quovis minimo propelli, absque ullo velocitatis corporis impellentis decremento; hoc est, corpus exiguum quodvis in aliud maximum impingens posset illud secum abripere sine ulla

ipsius

ipſius retardatione; ſed utrumque corpus poſt impulſum junctim fererentur cum ea celeritate, quam prius corpus illud exiguúm habebat, quod abſurdum eſſe omnes novimus; non igitur indifferentia illa ſita eſt in non renitentia ad motum ex ſtatu quietis, aut ad quietem ex ſtatu motus, ſed in eo ſolum, quod corpus ex ſua natura non magis ad motum quam ad quietem propendet, nec magis reſiſtit tranſire à ſtatu quietis ad motum, quam à motu rurſus ad eandem quietem redire; poteſt præterea corpus quodvis quieſcens à quavis vi moveri, poteſt æqualis ſecundum contrariam directionem agens motum illum deſtruere; atque in hoc indifferentiam illam ſitam eſſe volunt.

Cum, ſecundum expoſitam naturæ legem, corpus omne ſemel motum in eodem ſemper perſeverat, quærunt Philoſophi cur projecta omnia motum ſuum (quem violentum vocant) ſenſim amittunt? cur non in infinitum pergunt? ſi motus ex ſua natura non langueſceret, potuiſſet lapis ex manu projicientis ſub initio mundi emiſſus ſpatium fere immenſum, & tantum non infinitum, pertranſiiſſe. Sic equidem potuit, ſi in vacuo ſeu ſpatiis liberis motus abſque gravitate fieret. Verum cum omnia projecta vel per aerem vel ſuper aliorum corporum ſuperficies ſcabras feruntur, exinde provenit eorum retardatio; cum enim neceſſe ſit, ut mobilia aerem obſtantem è loco ſuo pellant & dimoveant, vel ut ſuperficiei, ſuper quam moventur, ſcabritiem vincant, oportet ut vim & motum illum omnem amittant, qui hiſce obſtaculis continuo impenditur, & proinde projectorum motus ſemper diminuetur; ſi vero nulla eſſet medii reſiſtentia, nulla ſuperficiei, ſuper quam decurrunt mobilia, aſperitas, nulla gravitas quæ corpora terram verſus continuo pelleret, abſque omni retardatione idem ſemper continuaretur motus; Sic in cœlis, ubi medium tenuiſſimum eſt, Planetæ diutiſſime ſuos conſervare poſſunt motus, & ſuper glaciem aut alias ſuperficies politas ſeu minime ſcabras corpora ponderoſiora ſerius ad quietem reducuntur. Deſi-

Desinant jam Philosophi continuati motus exquirere causam, alia quippe agnoscenda est nulla, praeter primam illam, quae non modo motum sed res omnes in esse suo conservat, Deum scil. Opt. Max. nec alia ratione perseverat motus, quam continuatur corporis alicujus figura, color, aut aliae quaevis istiusmodi affectionum, quae semper eaedem permanerent nisi vis aliqua externa eas turbaverit.

Multo quidem rectius & magis secundum bonae methodi leges egissent, si rationes retardati & amissi motus investigassent: verum quosdam in hac re adeo *caecutire* deprehendimus ut illud ipsum ponant *causam* continuati motus, ex quo revera ejus retardatio provenit.

Desinant etiam Philosophi de communicatione *motus* tantas lites movere; ex supra positis enim facile intelligitur, cur lapis ex projicientis manu tanto cum impetu emittitur: quippe quum lapis in manu continetur, necesse est ut de motu ipsius manus participet (per Cor.) adeoque eadem celeritate & versus eandem plagam, qua ipsa manus, feretur; sed corpus omne naturale semel motum in eodem perseverat motu (per legem supra positam) donec ab agente externo impediatur; unde cum projiciens manum suam retrahit, lapis non retractus recta progredietur. Eodem prorsus modo, si navis aut cymba ventis vel remis celeriter agatur, qui *in ipsa* sedeant eundem celerem motum ipsis communicatum habent, at si subito sistatur navis, res omnes in navi positae motum suum continuare conantur, & quae ipsi navi firmiter non adhaerent, post illius quietem relictis locis suis etiamnum progrediuntur; atque hinc periculum est ne homines in navi relative quiescentes, post tam subitam & quasi violentam status sui mutationem, prorsum praecipitentur, cum scil. motus, quem prius ab ipsa navi accepere, nondum destructus est.

Si lapis in funda celeriter circumagatur, cum ea celeritate circulum describet quam habet ea fundae pars, in

in qua ponitur; cum vero corpus omne ſecundum rectam lineam progredi affectat, lapis in ſingulis orbitæ ſuæ punctis ſecundum lineam orbitam in puncto in quo eſt tangentem egrederetur, niſi à filo detentus eſſet; adeoque ſi filum demittatur, rumpatur, vel alio quovis modo lapidem cohibere deſinat, lapis non ulterius in circulo ſed ſecundum rectam lineam movebitur, ſecluſo motu ex ipſius gravitate orto.

Conatus ille, quem lapis circumgyratus habet in quovis ſuæ orbitæ puncto ſecundum tangentem egrediendi, filum per quod in orbita detinetur tendit, & vis illa, qua filum tenditur, ex vi centrifuga oritur, per quam ſcil. à peripheria recedere coratur. Tenſionem hanc quiſque in funda facile experiri poteſt; & per experientiam invenimus, quo celerius circumgyratur lapis, vel etiam quo majus materiæ pondus in funda ponatur, eo majorem fieri fili tenſionem.

Ob hanc rationem volunt quidam Philoſophi centrifugam hanc vim à ſola gravitate proficiſci, huic tamen ſententiæ nec ratio nec experientia favet; nam in funda non ſolum tenditur funis cum lapis partem ſuæ orbitæ infimam percurrit, ſed etiam dum ſuperiorem partem deſcribit; quod à gravitate oriri non poteſt, cum gravitas lapidem in ſuperiore ſuæ orbitæ parte, tantum urgere poteſt verſus centrum, quæ directe contraria eſt vi centrifugæ quæ illum à centro recedere cogit; præterea cum lapis in plano horizontali in circulo revolvitur, filum quoque tenditur; ſed gravitas tenſionem illam in illo plano nullo modo producere poteſt, cum lapis nec ſurſum nec deorſum fertur, cujus proinde motus à gravitate hâc nec augebitur nec minuetur: non igitur à gravitate oritur vis centrifuga, ſed à ſolo conatu quem habent corpora omnia ſecundum rectam lineam progrediendi.

Si terram circa ſuum axem rotari ſupponamus, nos omnes qui in ejus ſuperficie degimus una cum ipſa revolveremur; adeoque ſi ſubito ſiſteretur ejus motus,

res

res omnes ipsi firmiter non adhærentes vehementi motu excussæ ab illa recederent; sic etiam si circa solem motu annuo deferatur, & subito illa revolutio sisteretur, res omnes excussæ, planetarum instar, circa solem gyrarentur; ob eandem causam qua prius ipsa tellus circa solem movebatur.

Cum tellus circa axem vertitur & res omnes in ipsa circulos describunt æquatori parallelos, quærunt Philosophi unde sit, ut corpora omnia ab ejus superficie non excutiantur, cum per naturæ legem corpora omnia motum secundum rectam lineam affectant? Sic equidem excuterentur, nisi alia adesset vis, per quam ad terram detinentur, quæ est ipsa gravitatio vi centrifuga multo potentior.

Si vas aquæ plenum in plano quovis horizontali ponatur & subito vi satis magna impellatur, aqua in vase sub initio versus partes motui vasis contrarias tendere videbitur; non quod revera talis motus aquæ impressus est, sed cum illa in eodem quiescendi statu permanere conatur, vas motum suum aquæ intra ipsum contentæ communicare statim non potest, & proinde aqua à vase derelicta, & revera quiescens, locum suum relativum mutare videbitur. Tandem postquam vasis motus aquæ impressus est, & illa una cum vase uniformiter & eadem celeritate progredi cæperit, si subito sistatur vas, aqua tamen in eodem motu perseverare conabitur, & super vasis latera assurgens pars illius ulterius progredietur.

Si navis tempestate & turbulento mari jactetur, in ipsa sedentes homines & relative quiescentes doloribus, ægritudine, nausea & vomitu afficientur, præsertim si mari minus assueti fuerint; cum scil. liquores in ipsorum ventriculis, intestinis, vasibus sanguiferis, & cæteris ductibus contenti, navis jactationibus non statim obediunt, unde in corpore humano fluidorum motus turbabitur, & morbi orientur.

LEX.

LEX II.

Mutatio motus eſt ſemper proportionalis vi motrici impreſſæ, & fit ſemper ſecundum rectam lineam, qua vis illa imprimitur.

Sequitur ex axiomate 4; ſi enim vis aliqua motum quemvis generet, dupla duplum, tripla triplum generabit; & hic motus quoniam in eandem ſemper plagam cum vi generatrice determinatur (quippe ab illâ tantum oritur) fiet ſemper ſecundum eandem plagam (per legem primam;) nec poteſt corpus ſecundum aliam quamvis plagam deflectere, niſi adſit nova vis priori obſtans; adeoque ſi corpus antea movebatur, motus ex vi impreſſa productus motui priori vel conſpiranti additur, vel contrario ſubducitur, vel obliquo oblique adjicitur, & cum eo ſecundum utriuſque determinationem componitur.

Si vis aliqua in dato corpore motum producat, (per legem primam) corpus illud in motu ſuo ſemper perſeverabit; ſi vero poſtea vis eadem vel æqualis ſecundum eandem directionem rurſus in idem corpus agat, motus exinde productus priori æqualis erit, & proinde ſumma motuum prioris dupla erit; ſi denuo vis eadem tertio in idem corpus ſimiliter agat, motus hinc ortus erit etiam primo æqualis, & proinde ſumma motuum erit motus primò impreſſi tripla; & ſimiliter ſi vis eadem rurſus in idem corpus ageret, omnium motuum ſumma erit primò impreſſi quadrupla, & ſic continuo.

Hinc ſi vis hæc nova æqualibus temporum intervallis continuo æqualiter ageret, motus exinde ortus eſſet ut ſumma temporum quibus generatur; adeoque cum, (ob datum corpus) motus ſit ut velocitas, erunt velocitates ſic genitæ ut tempora ab initio motus, & motus eſſet æqualiter acceleratus; hinc ſequentia Theoremata facile demonſtrantur.

THEOR. XI.

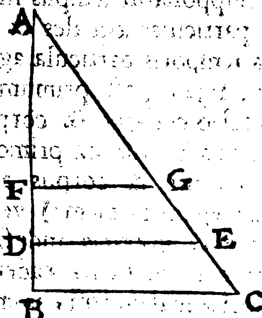
Si corpora in omnibus à terra distantiis æqualiter gravitarent, erit motus corporum sua gravitate in eadem recta cadentium motus æquabiliter acceleratus.

Supponatur tempus in quo grave cadit divisum esse in particulas æquales & valde exiguas, & gravitas prima temporis particula agens corpus versus centrum pellat; si jam post primum illud tempus omnis gravitatis actio cessaret & corpus desineret esse grave, nihilominus motus ex primo impulsu acceptus semper continuaretur & corpus ad terram æqualiter accederet (per legem primam;) verum cum corpus continuo sit grave & gravitas indefinenter agat, etiam in secunda temporis particula eadem gravitatio alium impulsum priori æqualem ipsi communicabit, & corporis velocitas post duos hos impulsus prioris dupla erit; & si vis gravitatis omnino tolleretur, corpus tamen cum eadem celeritate in eadem recta moveri perseverabit; cum vero & tertiâ temporis particulâ corpus eadem gravitate urgetur, alium quoque motum priorum utrivis æqualem post tertium illud tempus acquiret; sic etiam in quarta temporis particula gravitatio quartum impetum singulis priorum æqualem ipsi gravi superaddit; & sic de cæteris. Impetus igitur seu motus dati corporis à gravitate acquisiti sunt ut particulæ temporis ab initio elapsæ; adeoque cum actio gravitationis sit continua, si particulæ illæ infinite exiguæ sumantur, erit corporis cadentis motus ex gravitate acquisitus ut tempus ab initio casus elapsum; cumque corpus datum sit, erit motus ut ipsius velocitas, ergo velocitas erit semper ut tempus in quo acquiritur. Gravi igitur cadenti æqualibus intervallis æqualia accedunt velocitatis incrementa, & proinde ejus motus erit uniformiter acceleratus. Q. E. D.

Similiter

Similiter ex iisdem principiis demonstrari potest corporum eâdem rectâ sursum tendentium motum esse æquabiliter retardatum; cum scil. vis gravitatis, contra motum inceptum continuo & æqualiter agens, æqualibus temporibus æqualiter ipsius motum minuit, usque dum motus omnis sursum omnino sublatus sit.

Cor: Recta A B exponat tempus quo corpus cadit, & B C cum A B faciens angulum rectum exponat velocitatem in fine istius casus acquisitam, jungatur A C, & per punctum quodvis D ducatur D E ad B C parallela; erit hæc ut velocitas fine temporis A D acquisita. Nam (ob triangula A B C A D E æquiangula) est A B ad A D sicut B C ad D E; sed B C repræsentat velocitatem in tempore A B, quare (cum velocitates sunt ut tempora) D E repræsentabit velocitatem acquisitam in fine temporis A D: similiter F G repræsentabit velocitatem in puncto temporis F, & in omnibus temporis punctis velocitates erunt ut rectæ intra triangulum per ipsum ductæ & basi B C parallelæ.



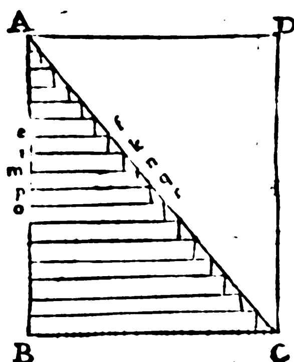
THEOR. XII.

Si grave ex quiete motu uniformiter accelerato descendat; spatium, quod ab ipso in dato ab initio motus tempore percurritur, dimidium erit istius quod in illo tempore uniformiter percurri potest cum ea velocitate, quæ fine istius temporis à gravi cadente acquiritur.

Sit A B tempus in quo cadit grave, sitque B C velocitas ultimo acquisita, compleatur triangulum A B C & rectangulum A B C D; porro distinguatur tempus

 A B in

A B *in* innumeras particulas *e i*, *i m*, *m p*, &c; D cantur *c f*, *i k*, *m n*, *p q*, &c. basi parallelæ; (per Cor præced:) *e f* erit ut veloc tas gravis in temporis par culâ infinite exiguâ *e i*; *i k* erit ejus velocitas in p ticula temporis *i m*; *m n* erit ipsius velocitas punctum temporis *m p*; sic *p q* erit velocitas in te poris particula *p o*; (sed per Cor. Theor. 7.) spatium quovis tempore & cum qu vis celeritate percursum est ut rectangulum sub eo tem pore & celeritate; quare erit

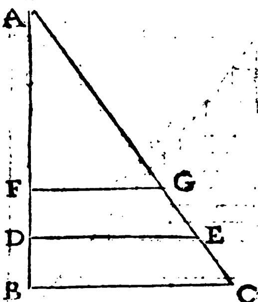


spatium percursum tempore *e i* cum velocitate *e f* ut rectangulum *i f*; sic spatium percursum tempore *i m* cum celeritate *i n* erit ut rectangulum *m k*; sic etiam spatium percursum cum celeritate *m n* tempore *m p* erit ut rectangulum *p n*; & sic de cæteris. Quare erit spatium percursum in omnibus hisce temporibus, ut omnia hæc rectangula seu ut rectangulorum omnium summa; cum autem temporis particulæ infinite exiguæ sunt, erit omnium rectangulorum summa æqualis triangulo A B C; est vero (per supra citatam Corol. Theor. 7.) spatium à mobili percursum tempore A B cum uniformi celeritate B C ut rectangulum A B C D; unde erit spatium percursum à gravi in dato tempore cadenti ex quiete ad spatium percursum in eodem tempore cum velocitate uniformi æquali ei quæ ultimo acquiritur à gravi cadente, ut triangulum A B C ad rectangulum A B C D; sed triangulum A B C est dimidium rectanguli A B C D, unde erit spatium quod à gravi cadenti ab initio casus in dato tempore percurritur dimidium ejus quod percurri potest in eodem tempore cum velocitate ultimo acquisitâ. Q. E. D.

Cor.

Cor. 1. Spatium, quod percurritur cum velocitate G B in tempore æquali dimidio ipsius A B, æquale erit spatio à gravi cadenti tempore A B percurso.

Cor. 2. Ex ipsa demonstratione sequitur, ut spatium percursum tempore A B repræsentatur per triangulum A B C, sic spatium tempore A F à gravi emensum per triangulum A F G repræsentari posse; item spatium peractum tempore A D per triangulum A D E exponetur.



Cor. 3. Spatia percursa ab initio casus computando sunt in duplicata ratione temporum; nam spatium percursum tempore A B est ad spatium percursum in tempore A F ut triangulum A B C ad triang. A F G; sed (ob similia triangula A B C A F G) triangulum A B C est ad triangulum A F G in duplicata ratione lateris A B ad latus A F: adeoque erit spatium percursum tempore A B ad spatium percursum tempore A F in duplicata ratione temporis A B ad tempus A F. Sunt igitur spatia percursa à gravi è quiete cadente ut quadrata temporum quibus percurruntur.

Cor. 4. Hinc si grave in dato tempore è quiete percurrat spatium quodvis, spatium in duplo tempore percursum erit prioris quadruplum, in triplo tempore spatium peractum erit novies majus quam illud quod primo percurritur, *&c.* Hoc est, si tempora sumantur ut 1. 2. 3. 4. 5. *&c.* spatia hisce temporibus descripta ab initio motus computando erunt ut 1. 4. 9. 16. 25. *&c.*

Cor. 5. Cum spatium percursum in primo tempore sit ut 1, in secundo ut 4, computando ab initio, erit spatium in secundo tempore seorsim descriptum ut 3; eodem modo cum spatium descriptum in fine temporis tertii sit ut 9, & in fine temporis secundi ut 4, erit spa-

tium

tium deſcriptum in tempore tertio ſeorſim ſumpto ut 5; & ſic de cæteris: ſumendo igitur temporis partes æquales erunt ſpatia à gravi è quiete cadenti; in ſingulis ſeorſim deſcripta ut 1. 3. 5. 7. 9. 11. &c. ſcil. ut numeri impares.

Cor. 6. Hinc etiam cùm velocitates cadendo acquiſitæ ſunt ut tempora, erunt ſpatia percurſa etiam ut quadrata velocitatum, & cum velocitates quam tempora erunt in ſubduplicata ratione ſpatiorum, per quæ grave cadit ab initio motûs.

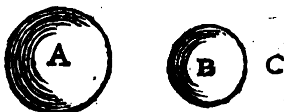
LECTIO XII.

LEX III.

Actioni semper contraria & æqualis est reactio; seu corporum duorum actiones in se mutuo æquales sunt, & in partes contrarias diriguntur. Hoc est, per actionem & reactionem æquales motûs mutationes in corporibus in se invicem agentibus producuntur, quæ mutationes versus contrarias partes imprimuntur.

HÆc Lex non aliter melius quam per exempla posset illustrari.

1. Si corpus unum in alterum quiescens impingat, quicquid motus quiescenti imprimitur, tantundem præcise impingenti substrahitur. *v. g.* Si corpus A cum duodecem motus partibus versus corpus B feratur, & postquam in illud impegerit communicentur ipsi B 5 partes motus, restabunt ipsi A motus partes tantummodo 7, adeoque mutationes quæ utrique corpori contingant æquales erunt; idemque omnino erit effectus ac si vis 5 partibus motûs æquipollens impellerit corpus B versus C, & alia huic æqualis in corpus A ageret ipsum in contrarias partes versus D premendo.



2. Si corpus B non quiescat, sed tendat versus C, & corpus A celerius motum in ipsum impingat; tantundem

tundem motus deperdet corpus A quantum corpus B lucratum est, & mutationes motus per impulsum in utroque corpore productæ (hoc est incrementum motus unius & decrementum alterius) æquales erunt.

3. Si corpora A & B sibi obviam veniant, & A feratur versus C cum 12 motus partibus, B vero versus D cum tribus motus partibus; qualiscunque motus mutatio corpori B accidat, eadem omnino corpori A continget; v. g. si post occursum feretur B versus C cum partibus motus duabus, mutatio motus quæ ipsi inducta est erit partium quinque; æqualis scil. summæ duorum motuum, illius nempe quo prius versus D ferebatur quique per impulsum corporis A destructus est; & illius qui de novo recipitur cum quo versus partes C tendit; & motus in corpore A amissus hisce 5 motus partibus præcise æqualis erit: adeoque (ut in primo exemplo) idem omnino sequitur effectus, qualis fuisset si vis cum 5 motus partibus pelleret B versus C, & alia hinc æqualis in corpus A imprimeretur, quæ illud versus partes D ageret.

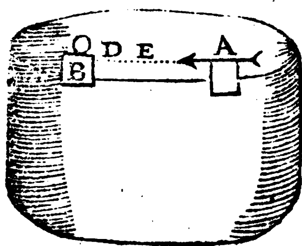
Verum universaliter ictus magnitudo quæ ab occursu duorum corporum oritur, in utroque corpore semper æqualiter recipitur, unde & mutationes motus quæ ab ictu producuntur in utroque corpore semper æquales erunt.

Sic si malleus ferreus vitrum percutiat, ictus tam in malleo quam in vitro æqualiter recipitur, & vitrum frangitur ferro integro manente; non quod major est vis percussionis vitro impressa, quam est illa quæ in malleo recipitur, sed quia partes ferri duriores & firmiter inter se cohærentes multo melius eidem percussionis vi resistunt, quam vitri particulæ fragiles & minus cohærentes; eodem prorsus modo si corpus aliquod tenui filo muro alligetur, parva vis sufficiens erit ad illud divellendum; si vero prægrandi fune idem corpus muro alligatum esset, vis prior æqualiter applicata parum proficeret ad corpus avellendum.

4. Sic

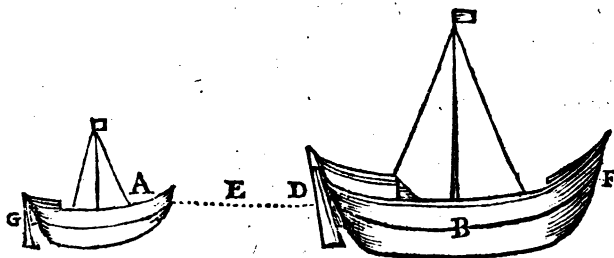
4. Si equus lapidem funi alligatum trahat, retrahetur etiam equus æqualiter in lapidem; nam funis utrinque distentus eodem se relaxandi conatu urgebit æqualiter lapidem versus equum & equum versus lapidem; unde attractionis vires, tam in equo, quam in lapide, æquales erunt; verum cum tanta sit firmitudo & vis equi solo vel terræ insistentis, ut tractioni funis resistere potest, ille funi trahenti minime cedet, nec per ejus vim è loco suo dimovebitur; at lapis, cui non tanta inest resistendi vis, versus equum promovebitur.

5. In attractionibus magneticis, non solum magnes trahit ferrum, verum & æqualiter vicissim ab ipso ferro trahitur; quod experientia constat: imponatur enim magnes suberis frustro B, & ferrum A similiter alio suberis frustro imponatur, & tam magnes quam ferrum aquæ innatent; deinde manu teneatur magnes, & ferrum videbimus ad magnetem accedere; si vero ferrum immobile teneatur, ad illud accedere magnetem deprehendemus: sed si utrumque corpus aquæ libere innatare permittatur, magnes & ferrum sibi mutuo obviam ire conspicientur, & attractionis vis in utrumque æqualiter agit, æquales motus in utroque producendo: dico motus æquales fore, non item celeritates, nisi ferrum & magnes ejusdem sint ponderis; si enim diversi sint ponderis, quod magis pendet, minorem habebit celeritatem. *e. g.* si magnes sit duplo ferro ponderosior, ferrum vicissim duplo majorem velocitatem habebit; ut scil: æquales motuum quantitates in utroque corpore generentur; adeoque non convenient magnes & ferrum in medio puncto E, sed in puncto D, quod ita dividet distantiam B A, ut B D sit ad D A ut pondus A ad pondus B; sic in allato exemplo, si B D sit totius



distantiæ pars undecima, punctum D erit ubi magnes & ferrum sibi mutuo occurrent; cum enim BD sit pars undecima distantiæ BA; erit BD ad DA ut 1 ad 10; sed ut 1 ad 10 ita (per superius dicta) erit velocitas corporis B ad velocitatem corporis A; quare cum spatia percursa in dato tempore sint velocitatibus proportionalia, tempore, quo corpus A percurret spatium AD, corpus B cum decimâ velocitatis parte latum percurret spatium æquale decimæ istius spatii parti; adeoque in puncto D post illud tempus reperietur, in quo igitur puncto magnes & ferrum sibi mutuo occurrent. Eodem modo duo magnetes suberis diversis particulis impositi, si eorum poli amici sibi invicem obvertantur æqualiter sese mutuo attrahent: si vero poli inimici sibi invicem juxta ponantur, poli hi sese mutuo fugient, & quantitates motuum, vi fugæ productæ, in utroque æquales erunt..

6. In aliis attractionibus idem ostenditur. Sint enim duæ cymbæ A & B aquæ innatantes & homo in illa-



rum una *v.g.* in A positus ope funis versus se trahat cymbam alteram B; non solum hac tractione B accedet ad A, verum etiam A versus B æqualiter trahetur; & quantitates motuum, attractione productæ, in utrâque cymba æquales erunt; unde si cymbæ pondere sint æquales, cæteris paribus, æquales habebunt velocitates, & in medio puncto E convenient. Sin una illarum

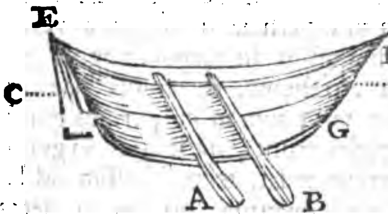
illarum altera major sit, hoc est, majorem habeat in se materiæ quantitatem, seu majus pondus, quæ major est, minus habebit velocitatis; *e.g.* si cymba B sit decuplo major cymba A, velocitas ipsius A decuplo major erit velocitate cymbæ B, & cymbæ convenient in puncto D, quod ita dividit illarum distantiam primam A B ut A D sit decuplo major quam B D; hoc est, erit B D pars undecima totius distantiæ A B; si vero B sit navigium millecuplo vel decemmillecuplo majus quam A, ipsius velocitas erit millecuplo vel decem millecuplo minor velocitate A, adeoque vix sensibilis. Si jam B sit aliud corpus infinite magnum, illius velocitas erit infinite parva, hoc est, prorsus nulla respectu velocitatis ipsius A. Hinc si funis littori alligetur & homo in cymba per funem trahat ad se littus, cymba ad littus accedet, & littus ad cymbam; cum vero littus reliquæ terrenæ moli firmiter adhæret, ejus magnitudo, quæ eadem est, cum totius terræ magnitudine respectu cymbæ erit valde immensa & tantum non infinita, adeoque ejus velocitas erit fere infinitè exigua & (ut dicam) nulla; ac proinde littus potest tanquam firmus obex considerari qui cedere nescit, & tota velocitas tanquam cymbæ inhærens æstimari potest. Si navigii B pondus sit mille talentorum & feratur versus F cum velocitatis gradibus centum, erit (per Theor: tertium) momentum illius navigii partium centum millium; si jam navigio B alligetur cymba A, cujus pondus sit decem talentorum, quicquid motûs communicatur hac ratione cymbæ A, tantundem decidit navigio B. Adeoque

7. Si quis in cymba A trahat funem A E, per quem navigio B alligatur, ita ut hac tractione cymba promoveatur cum quingentis velocitatis partibus, erit motus exinde ortus 5 millium partium; & tantundem sui motus amittet navigium B, cui proinde restabunt motus partes nonaginta quinque mille, unde erit velocitas navigii B partium nonaginta & quinque.

8. Si quis in navigio A sedens per contum aut aliud

ejusmodi instrumentum pellat aut protrudat navigium B versus partes F, per illam trusionem retro cedet etiam navigium A versus partes contrarias G; itaque in utroque navigio æquales erunt motus quantitates, quæ ab hominis propellentis vi oriuntur, unde si navigium B sit decuplo majus navigio A, decuplo minorem habebit velocitatem; si centuplo sit majus, habebit vicissim centesimam partem velocitatis navigii A; adeoque si B sit corpus quodvis immensum, erit velocitas navigii A immensa respectu illius quæ inveniri debet in cymba B; unde si quis in nave sedens per contum terram & littus à se protrudat, recedit hac trusione navis à littore; littus enim tanquam corpus immensum & firmus obex respectu navis considerari potest; cujus proinde velocitas erit minima aut plane nulla respectu illius quæ in navigio reperitur.

Si navigium E D G remis agatur, cum aqua per remorum palmulas A B retro pellitur versus partes C, illa rursus æqualiter in remos reaget, eosque una cum navigio, cui affixi sunt, versus partes H propellet, ob quam solam causam promovebitur navigium: si enim nulla esset reactio & aqua nullum imprimeret motum remis versus partes H, cum ipsa in contrarias partes per remos truditur, subsisteret navigium; quandoquidem nihil esset quod illud versus plagam H propelleret; verum cum aqua reagendo tantum motus imprimit navigio E D quantum ipsa exinde per remos acceperit, hinc sequitur quo majores sunt remorum palmulæ, vel numero plures, cæteris paribus, vel etiam quo celerius intra aquam agantur, eo concitatiori impetu progredi navigium.



Hinc cum natatio nihil aliud sit quam brachiorum pedumque

dumque remigium, facile intelligitur cur intra aquas promovemur natando; cum scil: per manuum pedumque palmas aqua impellitur retrorsum, illa reagendo in contrariam plagam natantes propellet, ita ut motus in aquâ genitus æqualis sit motui, quo natantes progrediuntur. Idem quoque dicendum est de avium volatu, cum enim aves per alas suas aerem deorsum feriunt, aer reagendo eas sursum elevabit; si versus orientem aerem pellant, reactio aeris ipsas in occidentem tendere cogit. Sic pulvis pyrius intra tormentum bellicum accensus rarefit, & vi suâ æqualiter agit in globum missilem & tormentum unde globus expellitur, aer enim rarefactus in omnem partem se expandere satagens æqualiter tam tormentum retrorsum quam globum antrorsum urgebit, & inde elater in utroque æquales motûs quantitates producet; & dividendo has motuum quantitates tam per pondus tormenti quam per pondus globi velocitates exinde ortæ erunt ponderibus reciproce proportionales.

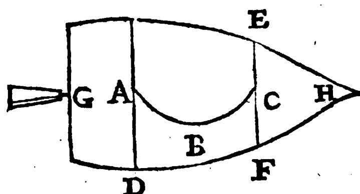
Cum omnia corpora in superficie terræ posita versus terram gravitant, vicissim tellus in corpora singula gravitabit & versus illa attrahetur; & motus hac attractione geniti cum in terra tum in corporibus gravibus descendentibus æquales erunt; ita si lapis vi gravitatis suæ deorsum ad terram cadat, terra vicissim ad lapidem assurget; cum vero quantitas materiæ in terra immense superat quantitatem materiæ in lapide, velocitas lapidis vicissim immense superabit velocitatem, quâ terra ad lapidem tendit, adeoque (si physice loquamur) velocitas terræ nulla erit; quod calculo sic patebit: ponamus lapidem centum pedum solidorum versus terram descendentem: spatium à lapide tempore unius minuti secundi decursum erit quindecem circiter pedum: sed (juxta illos qui de terræ dimensione scripserunt) tota globi terraquei moles continet pedes solidos 30 000 000 000 000 000 000 000 ponamus jam terram ubique esse ejusdam densitatis cum vulgaribus lapidibus (quamvis omnino credibile est ipsam esse multo densiorem) Unde

erit

erit materiæ quantitas in terrâ ad quantitatem materiæ in lapide centum pedum, ut 300. 000. 000. 000. 000. 000. 000. ad 1; & proinde dum lapis centum pedum gravitate impulsus descendere debet per spatium undecim pedum, terra versus lapidem trahetur per unius pedis partes $\frac{15}{300\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000}$ quæ tantilla est quantitas ut ipsam imaginandi vim effugiat: & proinde in Physica negligi potest & pro nulla haberi, quamvis Geometrice & secundum veritatem loquendo, dicendum est terram ad lapidem accedere & utrumque corpus æqualiter se mutuo trahere.

Si luna per gravitatem in suâ orbitâ detineatur ne à terra recedat; hoc est, si luna versus terram gravitet, terra vicissim & omnes ejus partes versus lunam gravitabunt, & hinc continuus orietur fluxus atque refluxus maris; sed hoc obiter, alibi enim motum maris fusius explicabimus.

Sit navis in aquâ quiescens quæ facile à quolibet impulsu externo moveri potest, nulla tamen est vis intra navem agens, eâque solum innixa, quæ ipsam promovere potest; sit enim GH navis & ponatur intra navem ma-



china quævis, *v.g.* corpus elasticum A B C, quod vehementer constrictum resilire ex se potest; porro compressa machina, latus B C approximabitur lateri A B; elater naturali sua energia seu vi sua restitutiva se utrinque æqualiter explicare satagens, æqualiter impellet tabulatum D A versus G, & tabulatum E F versus

sus H; & proinde navis duobus hisce contrariis & æqualibus motibus affecta non movebitur: eodem plane modo, si quis in prora stans ad H per funem trahat ad se puppem G, funis utrinque distentus relaxandi se conatu æqualiter urgebit puppem versus hominem trahentem, & trahentem versus puppem; cumque trahens ipsi proræ insistit, prora vicissim ad puppem æqualiter trahetur, unde & hi duo motus contrarii & æquales se invicem destruent, & nullus sequetur motus.

Ex hac lege sequentia demonstrantur Theoremata.

THEOR. XIII.

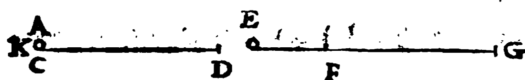
Si corpus unum alteri vel quiescenti vel secundum eandem directionem tardius moto impingat, summa motuum in utroque corpore versus easdem partes eadem manebit post impactum quæ fuit ante impactum.

Moveatur Corpus A secundum directionem C D à

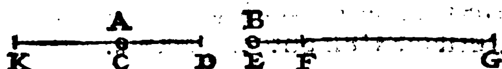


C versus D, atque in aliud corpus B impingat, quod vel quiescat vel secundum eandem directionem tardius moveatur: dico summam motuum in utroque corpore versus easdem partes, à C scil. versus D, ante & post impulsum eandem manere. Exponat C D motum corporis A, & si corpus B moveatur, recta E F motum ejus exponat versus easdem partes, & proinde summa motuum per summam rectarum C D E F exponetur; cum jam actio & reactio æquales semper sint & contrariæ, æquales vires versus contrarias partes impressæ, æquales in utroque corpore producent motuum mutationes versus contrarias plagas; si igitur motus per impactum corporis A ipsi B impressus repræsentetur per F G, vis

F G, vis contraria & æqualis in corpus A agens tantundem subducet de ejus motu versus easdem partes; facto adeoque ponendo D K ipsi F G æqualem, erit C K ut motus corporis, A & E G ut motus corporis B post occursum; & proinde summa motuum erit ut summa rectarum C K E G; cum autem F G sit æqualis K D, si utrisque addantur E F & C K erunt E G & C K æquales ipsis C D, E F: unde eadem manebit summa motuum versus easdem partes G ante & post impulsum. Si F G sit æqualis C D, punctum K coincidet cum C, &



C K æqualis erit nihilo; unde post impulsum quiescet corpus A. Si vero F G major sit quam C D punctum



K cadet ultra C, & motus ipsius A erit negativus seu versus contrarias partes factus à C versus K, & summa motuum versus partes G factorum erit ut E G dempta C K; nam summa duarum quantitatum, quarum una est positiva, altera negativa, est ipsarum differentia. Quoniam autem F G = K D, utrique addatur E F — C K, & erit E F + F G — C K; hoc est, E G — C K = E F + D K, hoc est, E F + C D; unde summa motuum versus easdem partes, quæ hic est differentia motuum versus contrarias partes factorum ante & post impactum, eadem manet. Q E D.

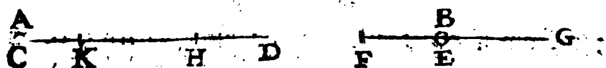
Cor. Eodem modo si plura corpora versus easdem partes mota in sese impingat, summa motuum versus easdem partes non mutabitur.

THEOR.

THEOR. XIV.

Si duo corpora ad partes contrarias mota sibi mutuo directe occurrant, summa motuum ad easdem partes (quæ est differentia motuum ad partes contrarias factorum) ante & post occursum versus eandem semper partem eadem perseverabit.

Moveatur corpus A à C versus D, cujus motus expo-



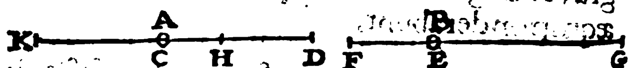
netur per C D; B vero in contrarias partes scil: ab E ad F moveatur cum motu ut E F; ponatur D H ipsi E F æqualis; eritque C H, quæ est differentia motuum ad partes contrarias, ut summa motuum factorum ad partes G; dico eandem C H esse summam motuum versus easdem partes G post occursum. Sit enim motus corporis B post impactum versus partes G, & per rectam E G repræsentetur; vis igitur impulsus in corpus B versus partes G impressa, æquipollebit summæ motuum E F, E G, & per rectam F G repræsentabitur; nam per illam vim destruitur motus ut E F versus partes F, & novus ut E G imprimitur versus contrarias partes G; cum vero vis impulsus æqualiter in utrumque corpus agit versus contrarias partes, si fiat D K æqualis ipsi F G, hæc repræsentabit vim in corpore A exercitam versus contrarias ejus motui partes; adeoque si motus ut D K subducatur à motu ut C D, restabit C K ut verus motus corporis A versus partes G. Jam cum D K æqualis sit F G, & D H æqualis F E, erit D K, demptâ D H, hoc est, K H æqualis F G, demptâ F E, hoc est, E G: & proinde cum sit K H æqualis E G, erit K H ut motus corporis B post occursum; sed C K est ut motus corporis A,

 adeoque

adeoque CK KH, *i. e,* CH erit summa motuum in utroque corpore versus partes G. Si FG sit æqualis



CD, cadet punctum K in C, & motus A erit æqualis nihilo; hoc est quiescet corpus A post impactum, & CH erit æqualis EG. Si vero FG major sit quam CD,



punctum K cadet ultra C ad alteras partes, & motus corporis A erit à C versus K; est vero (ob FG æqualem ipsi DK & FE æqualem DH) KH æqualis ipsi EG, & proinde si ab utraque dematur CK, erit CH æqualis rectæ EG, dempta CK; sed CH erat ut summa motuum versus partes G factorum ante occursum, & est EC, dempta CK, ut summa motuum versus easdem partes factorum, differentia scil. motuum versus contrarias partes post occursum. Quare eadem manebit summa motuum versus easdem partes ante & post impactum.

Duo hæc ultima Theoremata simul & iisdem verbis sic optimè à Newtono enunciantur.

Quantitas motus, quæ colligitur capiendo summam motuum factorum ad eandem partem, & differentiam factorum ad contrarias partes, non mutatur ab actione corporum inter se.

LECTIO

LECTIO XIII.

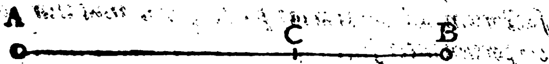
Definitiones Secundæ.

Centrum gravitatis cujusque corporis est punctum illud, intra corpus positum, per quod si utcunque incedat planum, quæ utrinque sunt gravis Segmenta circa planum illud librata æquiponderabunt.

Hinc, Si corpus ex centro suæ gravitatis suspendatur, situm quemcunque datum retinebit; cum scil. partes corporis circa centrum undique æqualium momentorum consistunt, seu æquales habent ad motum propensiones.

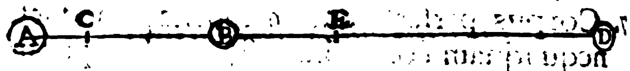
2. Duorum corporum commune gravitatis centrum vocamus punctum in recta ipsorum centra conjungenti ita situm, ut distantiæ corporum ab illo puncto sint in ratione reciproca corporum.

Sint duo corpora A, B, quorum gravitatis centra conjungat recta AB; quæ ita sit in C divisa, ut AC sit ad BC, ut corpus B, hoc est, materia in B ad corpus A vel



materiam in A; punctum illud C dicitur commune corporum A & B centrum gravitatis; ideo scilicet, quia si corpora illa circa punctum illud in iisdem ab ipso distantiis rotarentur, situm quemcunque datum retinerent; (ut demonstratum est in Corol. 2. Theorematis 10.)

3. Similiter, si sint tria corpora A, B, D, atque C centrum gravitatis duorum A & B, & dividatur recta C D in E ita, ut C E sit ad D E ut pondus corporis D ad pondus duorum A & B simul, dicitur punctum illud E trium horum corporum commune gravitatis centrum; circa quod etiam corpora illa rotata situm quemcunque datum retinerent.



4. Eodem modo, si sint quatuor corpora A, B, D, F, & sit E commune centrum gravitatis trium illorum A, B, D; punctum G, quod ita dividat rectam E F, ut E G sit ad G F ut pondus corporis F ad pondus corporum A, B, D simul, vocatur commune horum quatuor centrum gravitatis.



Atque sic quinque aut plurium corporum commune centrum gravitatis definitur.

5. Corpus unum dicitur alteri directè impingere, cum recta, secundum quam movetur, per impingentis centrum gravitatis & punctum contactus ducta sit superficiei corporis, in quod impingitur, perpendicularis; aut etiam si non in puncto, sed in linea seu superficie sese tangant, cum recta illa sit huic sive lineæ sive superficiei perpendicularis. (a)

6. Obliquè

6. Oblique autem seu indirectè impingere dicitur, cum prædicta recta superficiei corporis, in quod impingit, non sit perpendicularis.

7. Corpus perfectè durum appello, quod ictui nequaquam cedit; hoc est, quod ne pro minimo tempore figuram suam amittit.

8. Corpus molle est, quod ictui ita cedit, ut pristinam figuram amittit, & nunquam sese ad eandem restituere conatur.

9. Corpus elasticum est, quod ictui aliquantisper cedit, se tamen in pristinam figuram sua sponte restituit.

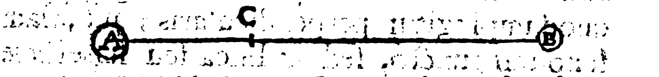
10. Vis elastica est vis illa, quâ corpus de figura sua detrusum seipsum in pristinam figuram restituere satagit.

11. Corpus perfectè elasticum est quod se eadem vi in pristinam figuram restituit, quâ exinde deturbatur.

THEOR. XV.

Si duo vel plura corpora motu æquabili, secundum eandem vel contrarias partes, feruntur, commune illorum centrum gravitatis ante mutuum occursum, vel quiescet, vel movebitur uniformiter in directum.

Casus primus. Corpora A & B versus partes contrarias cum motibus æqualibus tendant, quorum com-



mune gravitatis centrum sit C. Ob æqualem in utroque corpore motûs quantitatem, erit velocitas corpo-

ris

ris A ad velocitatem corporis B ut corpus B ad corpus A; hoc est, (ex natura centri gravitatis) ut AC ad BC; unde, cum spatia eodem tempore percursa sint velocitatibus proportionalia, dum mobile A percurrit longitudinem AC, longitudo BC percurretur à mobili B; adeoque occurrent corpora sibi in puncto C, & in eo puncto erit ipsorum gravitatis centrum tempore concursus; sed & ante concursum ibi eodem in puncto, adeoque in eodem permansit loco.

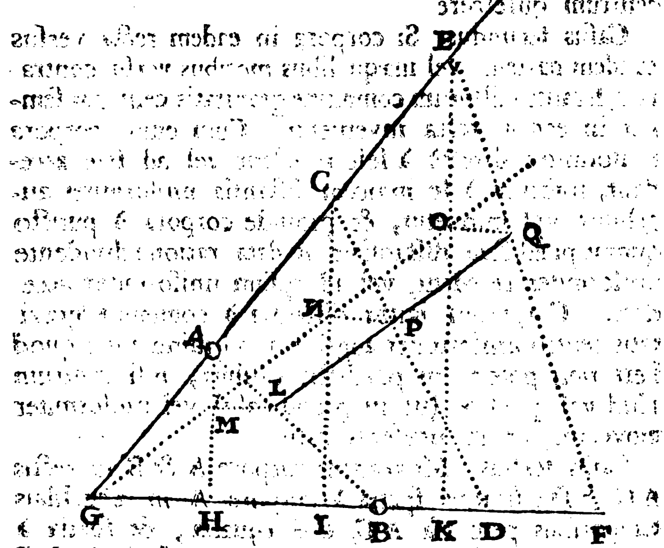
Eodem modo, si corpora cum æqualibus motibus à puncto C recederent, ostendetur ipsorum gravitatis centrum quiescere.

Casus secundus. Si corpora in eadem recta versus eandem partem, vel inæqualibus motibus versus contrarias, ferantur, illorum commune gravitatis centrum semper in eadem recta invenietur. Cum enim corpora uniformiter directè à sese recedant vel ad sese accedant, ipsorum à se invicem distantia uniformiter augebitur vel minuetur, & proinde corpora à puncto quovis prædictam distantiam in data ratione dividente uniformiter recedent, vel ad ipsum uniformiter accedent. Corporum igitur distantia à communi gravitatis centro uniformiter augebitur vel minuetur; quod fieri non potest, in prædictis casibus, nisi centrum illud vel quiescat (ut in primo casu) vel uniformiter moveatur, ut in præsenti casu.

Casus tertius. Moveantur corpora A & B in rectis AC, BD; sintque spatia à corpore A in æqualibus temporibus percursa AC, CE æqualia, & spatia à corpore B in iisdem temporibus percursa BD, DF quoque æqualia; concurrant rectæ AC, BD in G, & fiat ut AC ad BD ita AG ad GH; & jungatur AH, cui per C & E parallelæ ducantur CI, EK; erit AG ad HI ut AG ad GH, hoc est, ut AC ad BD; quare est HI = BD, & proinde HB = ID. Similiter est CE ad IK ut AG ad GH vel AC ad BD, hoc est, ut CE ad DF; quare est IK = DF, unde &

KF

K F = I D = H B. Sit L commune gravitatis centrum, cum corpora in punctis A & B locantur; ducatur L M ad B D parallela; eruntque rectæ A B, A H similiter sectæ. Jungatur G M & producatur; hæc secabit parallelas ipsi A H in punctis N & O, in eadem scilicet ratione qua secta est A H vel A B; ducantur per N & O ad B D parallelæ N P, O Q;



secabunt C D, E F in eadem ratione qua sectæ sunt C I, E K, hoc est, in ea ratione qua secta est A B in E; sed L est commune centrum gravitatis, cum corpora in A & B reperiuntur; quare erit P ipsorum centrum, cum in punctis C & D sunt; & Q illorum erit centrum, cum corpora sunt in punctis E, F. Præterea est M L ad H B ut A M ad A H, vel ut C N

ad

ad C I, seu ut N P ad I D; sed sunt H B & I D æquales; quare & M L, N P æquales erunt; similiter N P & O Q æquales erunt: cum igitur rectæ M L, N P, O Q æquales sint & parallelæ, recta per L ducta & ad M O parallela transibit per puncta P & Q, & proinde centrum gravitatis semper in recta L Q locabitur: præterea (ob parallelas) est A C ad C E ut M N ad N O, hoc est, ut L P ad P Q; quare (ob A C = C E) erit L P = P Q. Semper igitur in eadem recta est corporum commune gravitatis centrum & in æqualibus temporibus æqualia percurrit spatia. Q. E. D.

Casus quartus. Si corpora non in uno aliquo sed in diversis planis moveantur, ipsorum viæ & via communis centri gravitatis reducendæ sunt ad idem planum, demittendo à punctis viarum singulis perpendicula in planum quodvis, & (similiter ac in præcedenti casu) demonstrabitur viam centri gravitatis sic reductam esse lineam rectam; cumque hoc in plano quovis ad libitum assumpto fit, necesse est ut ipsa via seu semita centri gravitatis corporum sit linea recta. Q. E. D.

Similiter commune centrum horum duorum corporum & tertii cujusvis vel quiescit, vel progreditur uniformiter in linea recta, propterea quod ab ipso dividitur distantia centri communis gravitatis duorum corporum, & centri corporis tertii in data ratione; eodem modo & commune centrum horum trium corporum & quarti cujusvis vel quiescit, vel progreditur in linea recta, propterea quod ob eo dividitur distantia inter centrum commune trium & centrum corporis quarti in eadem semper ratione; & sic de aliis quotcunque corporibus. Q. E. D.

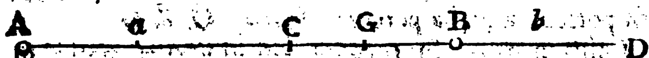
THEOR. XVI.

Si duo corpora, utcunque æqualia vel inæqualia, versus eandem partem, celeritatibus utcunque æqualibus vel inæqualibus ferantur,

summa

summa motuum in utroque corpore æqualis erit motui, qui oriretur, si utrumque corpus cum celeritate communis centri gravitatis latum esset.

Sint duo corpora A & B, quorum commune gravitatis centrum sit C, & utrumque corpus feratur versus D; dico summam motuum in utroque corpore æqualem fore motui, qui produceretur, si utrumque cor-



pus cum celeritate centri gravitatis C versus partes D latum esset. Describat enim corpus A in dato quovis tempore longitudinem A *a*, corpus B longitudinem B *b*, & via à gravitatis centro C interea percursa sit C G; & (per theor. 6.) longitudines A *a*, B *b*, C G simul descriptæ repræsentabunt celeritates corporis A, corporis B, & communis centri gravitatis C respective; (per corol. autem theor. 3.) motus quantitas in quovis corpore est ut rectangulum factum ex materia & celeritate, adeoque erit motus in corpore A ut A × A *a*; & in corpore B, ut B × B *b*; & summa motuum erit ut summa horum rectangulorum, sc. ut A × A *a* + B × B *b*. Est vero (per def. centri gravitatis corporum) B C ad A C ut A ad B, & ut A ad B ita etiam (per eandem definitionem) *b* G ad *a* G; quare erit B C ad A C ut *b* G ad *a* G; unde (per 19. Elementi quinti) B C est ad A C, hoc est, A ad B, ut B C — *b* G ad A C — *a* G; hoc est, ut C G — B *b* ad A *a* — — C G; adeoque (per 16. El. 6.) A × A *a* — A × C G æquale erit B × C G — B × B *b*; & proinde A × A *a* + B × B *b* æquale erit A × C G + B × C G: sed duo rectangula A × A *a* & B × B *b* sunt (uti dictum est) ut summa motuum in utroque corpore, & duo rectangula sub A & C G & sub B & C G erunt ut summa motuum qui

 oririentur,

orirentur, si utrumque corpus cum celeritate C G centri gravitatis latum esset; unde erit summa motuum in utroque corpore æqualis motui, qui produceretur, si utrumque corpus cum celeritate communis centri gravitatis latum esset. Q. E. D.

Si tria sint corpora A, B, D, ad eandem partem lata, quorum trium commune gravitatis centrum sit E; erit summa motuum in tribus corporibus æqualis motui orto ex corporibus iisdem cum velocitate puncti E latis. Sit enim C commune centrum gravitatis duorum quorumvis A & B, erit (per superius demonstrata) motus in duobus hisce corporibus æqualis motui, qui

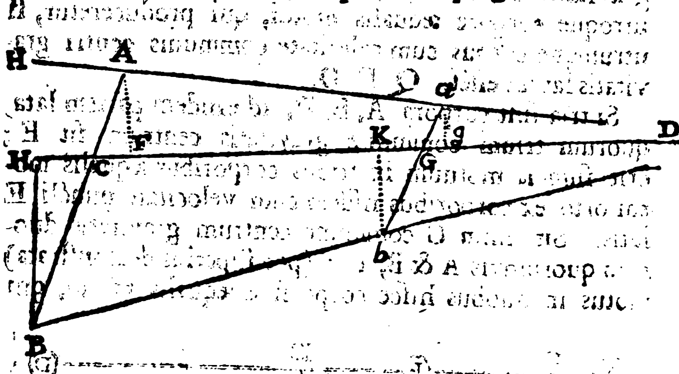


oriretur, si utrumque corpus in unum coalescens cum velocitate puncti C latum esset; sed etiam summa motuum (scil. motus corporum sic coalescentium, & motus tertii corporis D) æqualis erit motui, qui fieret, si corpus ex duobus coalescens una cum corpore tertio D moverentur cum celeritate puncti E, unde liquet in hoc quoque casu theorema.

Eadem est demonstratio, si corpora non in eadem recta sed in parallelis vel etiam in rectis quomodocunque inclinatis moveantur. Sed in hoc casu notandum est celeritatem corporum, qua versus eandem plagam cum centro gravitatis feruntur non æstimari à via quam revera percurrunt, sed solum à via in quam secundum directionem centri gravitatis promoventur; *v. g.* si duo corpora A & B in rectis A *a*, B *b* ferantur, sitque C G linea à communi centro gravitatis descripta, interea dum corpora percurrunt longitudines A *a*, B *b*, & demittantur à punctis A, *a*, B, *b* in rectam C G perpendiculares A F, B H, *a g*, *b k*, spatia jam quæ secundum directionem puncti C corpora percurrunt non sunt A *a*, B *b*, quæ sunt spatia absoluta ab iisdem descripta; verum spatium secundum

quod

quod promoveatur corpus A versus plagam D computandum est per rectam F D; tantum enim & non amplius secundum directionem puncti C progreditur. Si-



militer spatium secundum quod promovetur corpus B versus plagam D est H K, & per illud spatium ejus in recta H D progressus æstimatur; adeoque celeritates corporum quibus versus eandem partem feruntur sunt ut rectæ F g, H K; est præterea A ad B ut B C ad A C seu (ob æquiangula triangula A C F, B C H) ut H C ad F C; unde similiter procedet demonstratio ac in primo casu.

THEOR. XVII.

Si duo corpora versus contrarias partes ferantur, erit differentia motuum ad partes contrarias factorum, vel quod idem est, summa motuum ad eandem partem æqualis motui qui produceretur, si utrumque corpus versus eandem plagam cum celeritate communis ipsorum gravitatis centri fereretur.

Sint corpora A & B quorum gravitatis centrum commune sit C, & moveatur corpus A ab A versus D; &

corpus B versus contrariam plagam à B versus E, sint spatia à corporibus A, B & centro C simul descripta A a, B b, C G; hæc (per theor. 6.) repræsentabunt velo-

E A a C G b B

citates corporis A, corporis B & centri gravitatis C respective; unde est motus corporis A ut A × A a, & motus corporis B ut B × B b, unde differentia motuum erit A × A a — B × B b: porro ex natura centri gravitatis est BC ad AC ut A ad B, & ut A ad B ita b G ad a G, quare erit ut BC ad AC ita b G ad a G; adeoque erit (per 19 El. 5.) BC ad AC, hoc est, A ad B ut BC — b G ad AC — a G, id est, erit A ad B ut B b + CG ad A a — CG; quare erit (per 16 El. 6.) rectangulum sub A & A a — CG æquale rectangulo sub B & B b + CG; hoc est, A × A a — A × CG = B × B b + B × CG, unde erit A × A a — B × B b = A × CG + B × CG; sed A × A a — B × B b est (uti dictum est) differentia motuum versus contrarias partes vel summa motuum versus eandem, & A × C G + B × CG est motus emergens, si utrumque corpus cum velocitate communis ipsorum centri gravitatis latum esset, unde liquet propositum.

Cor. 1. Si differentia motuum versus contrarias partes sit nihilo æqualis; hoc est, si in utroque corpore sint motuum quantitates æquales, commune gravitatis centrum in hoc casu quiescet.

Cor. 2. Si sint plura corpora vel omnia versus eandem vel quædam in contrarias partes lata, summa motuum ex omnibus versus eandem partem eadem est, ac si omnia ad eam partem cum velocitate communis omnium gravitatis centri lata essent.

Cor. 3. Corporum igitur plurium motus ex motu centri gravitatis æstimandus est, & tantum eorum systema progreditur vel regreditur, tantum ascendit vel descendit,

descendit, quantum commune ipsorum gravitatis centrum progreditur, vel regreditur, ascendit aut descendit.

THEOR. XVIII.

Si corpora in se invicem impingant vel etiam utcunque in sese agant, communis illorum gravitatis centri status vel quiescendi vel movendi uniformiter in directum non exinde mutabitur.

Si corpora in se invicem impingant, (per theor. 14.) summa motuum versus eandem partem eadem manet ante & post impulsum; sed (per theor. 16. & 17.) summa motuum ante & post impulsum eadem est, ac si corpora omnia cum velocitate communis gravitatis centri ad eandem cum ipso partem lata essent; quare cum eadem corpora habent motuum summas ante & post impulsum sibi invicem æquales, & etiam æquales motui orto ex omnibus simul cum velocitate communis gravitatis centri latis, liquet velocitatem communis gravitatis centri ante & post impulsum eandem manere. Q. E. D.

Hucusque leges quasdam generales ad corporum quorumcunque motus determinandas inservientes tradidimus, ad alias jam speciales congressuum regulas devenimus, quibus scil. corpora singula post occursum, & mutuum in se invicem impactum, motus suos continuant, & versus quas partes, & cum quibus velocitatibus singula tendant. verum ob variam corporum structuram, prout scil. elastica vi pollent, vel illa destituuntur, pro diversis corporum generibus, regulæ congressuum diversæ erunt; & quamvis nullum fortasse detur corpus, quod sit vel perfecte durum, vel perfecte molle, vel perfecte elasticum, omnia enim corpora aliquid ex hisce omnibus fortasse in se continent, id tamen nihil impedit, quin abstractione mentis seperari

possint

possint, & corpus considerari tanquam unâ solummodo ex hisce qualitatibus præditum, & motus corporum eo magis ad regulas infra tradendas accedunt, quo magis corpora ipsa ejusmodi qualitatibus & conditionibus gaudent.

Supponimus hic corpora ab aliis omnibus ita esse divisa, ut eorum motus ab aliis circumjacentibus nec impediantur, nec juventur.

THEOR. XIX.

Si corpus durum vel molle, corpori duro vel molli directe impingat, sive illud, in quod impingat, quiescat sive versus eandem partem tardius moveatur, seu demum versus contrariam & motus sint inæquales, utrumque corpus, post impactum una cum communi gravitatis centro junctim movebitur.

Impingat corpus A in corpus B; quod vel quiescat vel versus eandem plagam tardius, vel versus contrariam cum minore motu feratur; dico utrumque corpus post



impulsum eadem celeritate unà cum communi gravitatis centro junctim moveri. Cum enim corpus B non impediatur ab aliis corporibus circumjacentibus, (per legem secundam) à vi in ipsum per corpus A impressâ movebitur, versus eas partes, in quas fit virium directio; sed & junctim movebitur cum corpore A: non enim tardius moveri potest, ob corpus insequens A; non celerius, quia nulla alia ex hypothesi, præter impellens A, datur hujus motus causa; cum alia omnia, ut vis elastica, ambiens fluidum & hic nihil agere supponuntur,

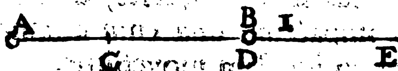
puntur; adeoque post impactum cum communi ipsorum centro gravitatis utrumque corpus junctim movebitur. Q. E. D.

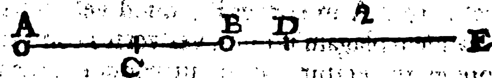
Cor. Si corpora ponantur concurrere in D, cum velocitates mobilium sunt spatia simul descripta, velocitates corporis A, corporis B, & centri gravitatis C, erunt ut rectæ AD, BD, CD, respective; hæ enim longitudines simul percurruntur.

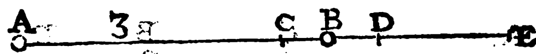
PROBL. II.

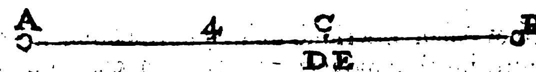
Corporum durorum aut mollium post directum impactum determinare motus.

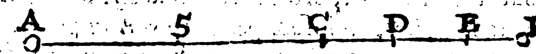
Omnes hujus problematis casus eâdem operâ construemus. Sint igitur duo corpora A & B, quorum gra-













vitatis centrum sit C, ponantur corpora concurrere in

D,

D; erunt (per præcedens corol.) celeritates ante impactum corporis A, corporis B, & communis centri gravitatis C, ut rectæ A D, B D, & C D respective; fiat jam D E æqualis D C, hæc repræsentabit velocitatem corporum post occursum; hoc est, erit velocitas corporis A ante impulsum ad ejusdem velocitatem post, ut A D ad D E; & velocitas corporis B ante impactum erit ad ejus velocitatem post impactum, ut B D ad D E, nam (per theor. 19.) corpora A & B post impulsum una cum centro gravitatis progrediuntur; sed (per theor. 18.) celeritas centri gravitatis eadem manet ante & post impulsum, & versus eandem semper plagam, quare si C D repræsentet celeritatem ipsius ante impulsum, D E ipsi C D æqualis ejus velocitatem post impulsum exponet; adeoque D E exponet quoque celeritatem corporum A & B quæ unà cum centro C progrediuntur post impulsum. Q. E. D.

Cor. 1. Si corpus B quiescat, coincidet punctum D cum B, ut in prima figura, & quia B est ad A, ut A C ad B C vel D E, erit componendo A + B ad A ut A B vel A D ad D E; hoc est, velocitas corporis A ante impactum est ad ejusdem velocitatem post, ut summa corporum ad corpus impingens A.

Exemplum primum. Si A sit æquale quiescenti B, erit A + B ad A ut 2 ad 1, adeoque velocitas corporis impingentis erit dupla ipsius velocitatis post impactum.

Exemplum 2. Si A sit ad B ut 1 ad 9, erit A + B ad A ut 10 ad 1; ideoque velocitas post impulsum erit tantum pars decima velocitatis ante impulsum.

Exemplum 3. Si B sit corpus infinite superans A, erit velocitas corporis A, post impulsum infinite parva, hoc est, nulla; nam in eo casu A respectu A + B evanescit, & proinde velocitas corporis A post occursum quoque evanescet; hoc est, si corpus in firmum obicem impingat cedere nescium, post impactum quiescet.

Exempl. 4. Si corpus E ipsi A æquale, secundum eandem

dem directionem tardius moveatur, erit DE vel CD = $\frac{AB}{2} + BD = \frac{AB + 2BD}{2} = \frac{AD + BD}{2}$, hoc est, erit velocitas post impulsum priorum velocitatum semisummâ.

Exempl. 5. Si corpora cum æqualibus motibus versus contrarias partes tendant, punctum D coincidit cum C, ut in theor. demonstratum fuit; & CD, DE erunt nihilo æquales, hoc, est post occursum quiescet utrumque corpus;

Cor. 2. Hinc demonstratur falsam esse Cartesianorum legem, qua eandem semper motus quantitatem in universo conservari volunt; nam corpora non elastica, versus contrarias partes cum æqualibus motibus in sese incurrentia, mutuos motus tollunt.

Exempl. 6. Si corpora æqualia versus contrarias partes cum inæqualibus motibus tendant, erit DE vel CD = CB − BD = $\frac{AB}{2} - BD = \frac{AB - 2BD}{2} = \frac{AD - BD}{2}$, hoc est, erit velocitas post impulsum priorum velocitatum semidifferentia.

Hæc omnia ex superiori constructione facile fluunt; sed cum in praxi calculus semper adhibendus est, generalis hujus problematis solutio per calculum sic eruitur.

Vocetur velocitas corporis A, C; velocitas corporis B sit c; & si corpora secundum eandem directionem moveantur, summa motuum in utroque versus eandem plagam erit $AC + Bc$: sin versus contrarias partes moveantur, summa motuum versus eandem partem erit $AC - Bc$; sed (per theor. 14.) in corporibus omnibus, summa motuum versus eandem partem ante & post impulsum eadem manet, quare erit corporum post impulsum motus vel $AC + Bc$ vel $AC - Bc$, prout corpora ad eandem vel contrarias partes ante impulsum tendebant; datur igitur momentum corporum eâdem velocitate latorum, unde (per dicta in lect X.) ipsorum velocitas

 simul

simul innotescet; nempe si dividatur momentum per ipsa corpora, quotiens exhibebit ipsorum velocitatem, scil. $\frac{AC+Bc}{A+B}$ vel $\frac{AC-Bc}{A+B}$ & si B quiescat, hoc est, si c ponatur nihilo æqualis, velocitas corporum erit $\frac{AC}{A+C}$.

Cor. 3. Cum velocitas corporis A ante impactum fuit ut AD, & post impactum ejus velocitas sit CD, erit velocitas amissa AC, & proinde motus per ictum amissus A x AC.

THEOR. XX.

Si corpus motum alteri sive moto, sive quiescenti directè impingat; ictus magnitudo æquipollet momento ad occursum deperdito, in corpore, si quod sit, fortiori.

Si enim intelligatur motorum corporum (si quod sit) fortius, vel si momentorum sunt æqualium, utrumvis ut percutiens, alterum ut percussum, ictus magnitudo æquipollebit vi à percutienti in percussum impressæ; sed vis illa quæ in percussum imprimitur à percutiente decidit, (per legem tertiam;) adeoque motus in corpore percutientee amissus, erit vi in corpus percussum impressæ, & proinde magnitudini ictus, proportionalis. Q. E. D.

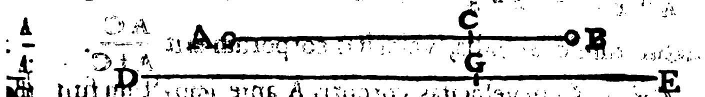
Cor. Ubi æqualia sunt momenta quæ à corporibus percutientibus decidunt, ibi æquales erunt ictuum magnitudines.

THEOR. XXI.

Si corpus datum in aliud quiescens datum directè impingat; ictus magnitudo velocitati impingentis semper erit proportionalis.

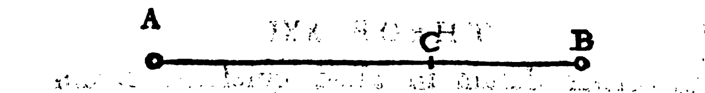
Impingat corpus datum A in aliud datum quiescens B, cum velocitate quæ exponatur per AB; deinde impingat

plagam idem corpus A in idem quiescens B, cum alia velocitate D E; hoc est, sit A B ad D E ut prior velocitas ad posteriorem, & ponatur deinde corporum



distantia D E; perinde enim est quoad magnitudinem ictûs ad quam distantiam à se invicem initio motus ponantur; sitque in eo corporum situ commune ipsorum gravitatis centrum G. Cum corpus A movetur velocitate A B, erit C B ejus velocitas post occursum; & cum motus ante impactum fuit A × A B, motus post impactum erit A × C B; & motus amissus erit A × A C; eodem modo si corpus moveatur velocitate D E, erit motus amissus A × D G, ac proinde ictûs magnitudo cum velocitate A B erit ad magnitudinem ictûs cum velocitate D E, ut A × A C ad A × D G, vel ut A C ad D G; quia autem est A C ad B C ut B ad A, erit A C ad A C + B C, hoc est, A B ut B ad A + B; & similiter erit B ad A + B ut D G ad D E, quare erit A C ad A B, ut D G ad D E, unde permutando erit A C ad D G ut A B ad D E; hoc est, erit ictûs magnitudo cum velocitate A B ad magnitudinem ictûs cum velocitate D E ut velocitas A B ad velocitatem D E. Q.E.D.

Cor. Si corpus A in B irrueret, motus amissus esset A × A C; si vero B in A cum eadem celeritate impingeret, motus amissus esset B × B C; quia autem est ut A ad B

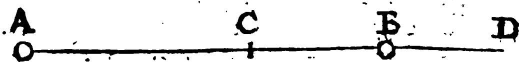


ita B C ad A C, erit A × A C = B × B C, adeoque eadem erit quantitas motus per ictum amissa, sive B cum data celeritate impingat in A, sive A cum eadem velocitate in corpus B incurrat, adeoque eadem in utroque casu erit ictus magnitudo.

THEOR. XXII.

Si corpus unum in alterum secundum eandem rectam ad eandem partem segnius latum directe impingat, eadem erit ictus magnitudo, ac si antecedens quiesceret, & insequens in illud cum velocitatum differentia latum esset.

Sint duo corpora A & B versus eandem partem lata, quorum commune gravitatis centrum sit C; & ponantur corpora concurrere in D, constat ex supra traditis velocitates corporum ante impulsum esse ut rectæ A D, B D, & proinde velocitatum differentia erit



ut A B; utriusque autem corporis post impactum velocitas per C D exponetur, & proinde motus deperditus in corpore A erit A × A C. Si autem corpus A cum velocitate A B in quiescens B impingeret, ipsius velocitas post occursum esset C B, & motus amissus esset A × A C; unde cum in utroque casu eadem amittitur in percutiente motus quantitas, eadem quoque erit ictus magnitudo.

Cor. Si eadem manet velocitatum differentia, hoc est, velocitas respectiva, qua corpora ad sese accedunt, quomodocunque augeatur aut minuatur illorum summa, eadem semper consequetur ictûs magnitudo.

THEOR. XXIII.

Si corpora duo motibus contrariis sibi invicem obviam veniant, ictus magnitudo eadem erit, ac si unum ipsorum quiesceret & alterum

rum in illud cum velocitatum summa impingeret.

Sint duo corpora A & B versus contrarias partes lata, quorum commune gravitatis centrum sit C, sitque D punctum in quo concurrunt; constat velocitates corporum A & B esse ut rectæ A D, B D; & proinde velocitatum summa exponetur per A B; C D au-



tem designat ipsorum velocitatem post impactum; & proinde motus in corpore A amissus erit A x A C. Si autem A in B quiescens impingeret cum velocitate A B, velocitas post impactum esset ut C B, & motus amissus esset A x A C. Cum igitur in utroque casu eadem motus quantitas amittitur, eadem quoque erit ictus magnitudo. Q. E. D.

Cor. 1. Si igitur eadem maneat velocitatum summa, hoc est, velocitas respectiva corporum A & B qua ad se invicem accedant, quæcunque sit velocitatum differentia, seu quomodocunque velocitas illa inter corpora concurrentia partiatur, eadem semper erit ictûs magnitudo.

Cor. 2. Est igitur ictus magnitudo in datis corporibus semper proportionalis ipsorum velocitati respectivæ.

Cor. 3. Corporum in dato spatio inclusorum iidem sunt motus inter se, sive spatium illud quiescat sive moveatur uniformiter in directum; nam differentiæ velocitatum, quibus corpora tendunt ad eandem partem, & summæ, quibus ad contrarias partes tendunt, eædem sunt, sive spatium in quo corpora includuntur quiescat, sive moveatur uniformiter in directum; adeoque ictus magnitudines hisce semper proportionales existentes eædem erunt in utroque casu. Hinc in navi motus omnes eodem modo se habent, sive ea quiescit, sive moveatur

tur uniformiter in directum. Sic etiam projectorum & percussionum phænomena eadem contingunt omnia apud nos in terra positos, sive cum terra junctim ferantur omnia communi motu, sive absit ille communis motus, & terra quiescat; adeoque quæ afferri solebant objectiones à projectionibus inæqualibus eadem vi faciendis, prout vel ad orientem vel ad occidentem fierent, atque ab inæqualibus percussionibus à tormento bellico globum emittente futuris, prout in has vel illas partes explosio fieret, & quæ sunt ejusmodi, nihil in utramvis partem probant, sive ad quietem terræ, sive motum astruendum.

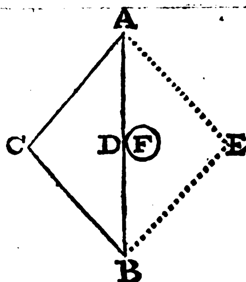


LECTIO

LECTIO XIV.

SI nulla esset elasticitas, leges, quas in præcedente lectione de percussione corporum durorum proposuimus, omnibus corporibus perfecte congruerent, & corpora omnia post impulsum junctim moverentur ad partes eas, ad quas ante percussionem tendebat corpus fortius, hoc est, cujus momentum majus erat, & cum ea celeritate quam in supradictis legibus determinavimus. Verum cum pauca admodum dentur corpora in quibus non aliquid inest elasticitatis, nam molle lutum, cera & alia istiusmodi corpora quasdam aeris particulas in se continent, quæ ipsis virtutem aliquam elasticam reddere valeant; fit per vim illam elasticam, ut corpora non junctim post impulsum moveantur, sed à sese resiliant & diversa velocitate aliquando ad eandem aliquando ad contrarias partes moveantur; ut vero modus & causa hujus resilitionis intelligatur, res exemplo illustrari potest.

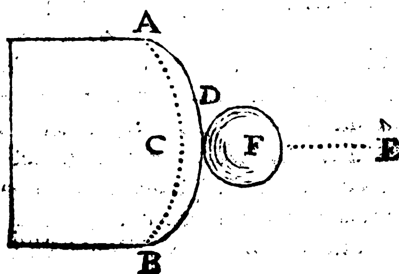
Sit A B filum sericum supra planum in aliqua tamen ab ipso distantia extensum; cujus duæ extremitates A B firmiter figantur, & filum fortiter tendatur: si jam trahatur filum per medium suum D, extremitatibus fixis manentibus, ad situm A C B ita ut punctum ejus D sit in C, & tunc dimittatur, non manebit filum in situ A C B, sed magna vi in situm priorem se restituere perget; & cum per continuam vis elasticæ actionem motus satis velox in filo genitus est, fit ut cum in situm A D B pervenerit in motu suo versus eandem partem perseverabit, donec vis elastica seu restitutiva huic motui continuo renitens, & tandem æquipollens, ipsum destruet,



deſtruet, & filum cum vi verſus partes C urgebit, ita ut cum rurſus in ſitum A D B pervenerit, eandem vim habebit ulterius movendi verſus C quam prius habuit tendendi verſus partes E; atque ſic eundo & redeundo continuas vibrationes efficiet.

Ponamus jam corpus F in filum A B irruere; filum per vim ipſi à corpore F illatum ex ſitu ſuo deturbabitur, & punctum ejus D, in quod incurrit corpus F, una cum F verſus C movebitur; qui motus eouſque continuabitur, donec vis fili reſtitutiva motui corporis F contraria ipſi æquipolleat; quod cum fit, deſtruetur motus omnis verſus C; vis autem hæc elaſtica ulterius agens filum reducet, quod itaque corpus F urgebit & ipſum eadem velocitate ſecum movebit; ſed (ob fortem quam hic ſupponimus fili tenſionem) eadem vi ſe reſtituet filum, qua prius inflexum fuit; at vis qua inflectebatur momento corporis impingentis æquipollet (nam illud omne in filo flectendo impenſum fuit) adeoque filum cum ea vi in corpus F agendo eandem motûs quantitatem ipſi reſtituet quæ in flectione inſumpta fuerit; adeoque corpus F cum eadem velocitate qua advenerat regredietur, atque ſic fiet reflectio.

Ponamus jam loco fili corpus aliquod elaſticum A B,



quod fixum & immobile ſupponere primo liceat; & ejus ſuperficies A D B vi corporis ingruentis F introrſum

sum comprimatur: quamprimum vis comprimens, hoc est, motus corporis F cessaverit, elater vi sua insita in pristinam figuram se restituet, & cum ea vi corpus F urgebit versus E; & si corpus utrumvis sit perfecte elasticum, vis elateris restitutiva vi ipsum comprimenti hoc est, momento corporis F æquipollebit, adeoque cum hac vi in corpus F agens illud cum eadem velocitate, quam prius habebat, reflectere coget. Si vero corpus A D B C non sit fixum, sed in tali statu ut motus ejus à nullo alio corpore impediatur vis elastica in utroque corpore æqualiter aget, & æquales motuum mutationes producet; nam si corpus A D B urget corpus F versus partes E, illud rursus à corpore F æqualiter urgebitur ad partes contrarias; & proinde corpora à se mutuo resilient. Atque sic demonstravimus qua ratione effectum sit, ut corpora post impulsum non junctim vel quiescant vel moveantur, sed à se invicem resiliendo diversa velocitate contrarias aliquando ineant vias, aliquando eandem.

Cartesiani, qui elasticitatis vim ad corpora reflectendum nesciebant, aliam plane diversam tradiderunt reflectionis causam: dixerunt enim motum motui non contrarium esse, sed directionem directioni; ideoque corpus unum in aliud incurrens reflecti, quia incurrentis motus non potest destrui, cum scil. secundum ipsos nihil motui contrariatur; at cum directio unius alterius directioni obstat, incurrens post impulsum ad contrarias partes reflecti voluerunt, eadem semper manente quantitate motus in percurso & percutiente.

Sed facile est ostendere hanc sententiam nec rationi nec experientiæ congruam esse; nam cum momentum seu quantitas motus sit vis seu energia illa qua mobile secundum directionem suam tendit, si corpora duo sibi mutuo directe occurrunt, vires secundum contrarias plagas impressæ contrariæ erunt; adeoque si æquales sint sese mutuo destruent; si inæquales, motus qui est minoris efficaciæ destruetur. Præterea corpus unum in aliud

majus quiescens vel secundum easdem partes segnius motum, impingens reflectitur; atqui hoc fieri non potest solâ directionem motus contrariam; si enim impingat corpus B in aliud majus A, quod vel quiescit vel versus easdem partes & tardius movetur; cum vis omnis quæ in utroque corpore reperitur tendat versus C, illa nunquam potest motum versus partes contrarias utrovis corpore dirigere. Nam (per legem secundam) motus omnis fit secundum lineam quâ vis imprimitur, atqui (ex hypothesi) omnis vis imprimitur secundum lineam B C, ab B versus C, quare si solummodo per vim corporibus insitam fieret reflectio motus, absque nova vi, fieret motus secundum contrariam plagam ei quâ vis imprimitur; quod fieri non potest. Non igitur à vi prius impressâ oritur illa reflectio, sed à vi elastica, quâ pollet utrumvis corpus, quæque secundum partem utramvis æqualiter agens corpora à sese discedere cogit.



Præterea, si motus motui non esset contrarius, multo facilius esset corpus semel motum in contrarias partes dirigere, quam penitus illud sistere; in priore enim casu motus corporis in manu reflectentis non recipitur, sed tantum in contrarias partes vertitur; in posteriore vero casu, motus ille omnis in corpus resistens impenditur, quod tamen est contra manifestam experientiam. Denique, si nihil motui contrarium esset, ubicunque corpus quodvis in aliud aliquod obstaculum incurreret, fieret semper reflectio, quod tamen experientiæ repugnat; nam plumbum, lutum, cera & alia corpora elasticitatis fere expertia, si in pavimentum cadunt, non reflectuntur; cum tamen pilæ conflatæ ex lana vel plumis, globuli eburnei, marmorei, vitrei, & alia ejusmodi corpora magna elasticitatis vi pollentia in idem pavimentum demissa fortiter resiliunt; reflectio igitur illa non à motu qui utrique corpori communis est, sed ab elasticitate

quæ

quæ solis reflectentibus peculiaris est provenit, quod erat ostendendum.

Sed quærant fortasse Cartesiani, quo pacto innotescit globos eburneos, vitreos, marmoreos, & alia reflectentia corpora, quæ durissima esse videantur, elasticitate pollere; respondeo illorum elasticitatem posse exinde concludi, quod cum percutiuntur tinnitum edunt, qui à vibrationibus corporis percussi oritur, eodem modo quo filum tensum suis vibrationibus undulationem aeris efficiebat; & proinde minime dubium est, quin corpora illa elaterio aliquo prædita sunt. Atque hoc quidem argumentum ipsorum vim elasticam probabilem reddit; sed aliud est argumentum, quo res hæc demonstrative probatur.

Sint enim duo globi vel eburnei vel vitrei, & si globorum figuræ essent perfecte sphæricæ, in uno tantum & indivisibili puncto sese tangerent; at cum hoc nulla arte humana fieri potest; tam prope tamen ad figuras sphæricas possunt perduci ut sese in puncto physico, hoc est, in parte visibili minima tangant. Si jam unius globi superficies atramento (aut quovis colore qui facile detergi potest) inficiatur, & alter in ipsum quiescentem impingat, experimento constat, non punctum tantum physicum globi incurrentis post impulsum alterius colore tingi, sed partem ejus superficiei satis magnam; atque hoc fieri non potest nisi ipsorum superficies per ictus vim mutatæ sint; post reflectionem autem utrumque globum pristinam figuram recuperare deprehendimus; quare globi hi habent vim elasticam qua sese in pristinam figuram per ictum deformatam restituere valeant. Q. E. D. Sequuntur jam regulæ motus pro corporibus elasticis.

THEOR. XXIV.

Si duo corpora perfecte elastica in se invicem impingant, eadem manebit ipsorum velocitas relativa ante & post impactum; hoc est,

corpora perfecte elastica eadem celeritate à sese mutuo post ictum recedunt, qua prius ad se invicem accedebant.

Nam (per cor. theor. 22.) vis compressiva seu ictus magnitudo in datis corporibus oritur à velocitate corporum relativa, & ipsi est proportionalis; & (per def. 11.) corpora perfecte elastica eadem vi sese in pristinam figuram restituunt, qua compressa fuere; hoc est, vis restitutiva aequalis est vi compressivae, ac proinde vi qua corpora ad sese accedebant ante impactum aequipollet; sed per vim hanc restitutivam cogantur corpora à se invicem discedere, unde vis haec in eadem corpora agens producet velocitatem relativam aequalem ei quam prius habebant, seu faciet ut corpora eâdem velocitate à se invicem recedant qua prius accessere. Q. E. D.

Cor. Aequalibus igitur temporibus ante & post impulsum sumptis, aequales erunt corporum à se invicem distantiae, & proinde aequales quoque erunt in iisdem temporibus distantiae corporum à communi gravitatis centro.

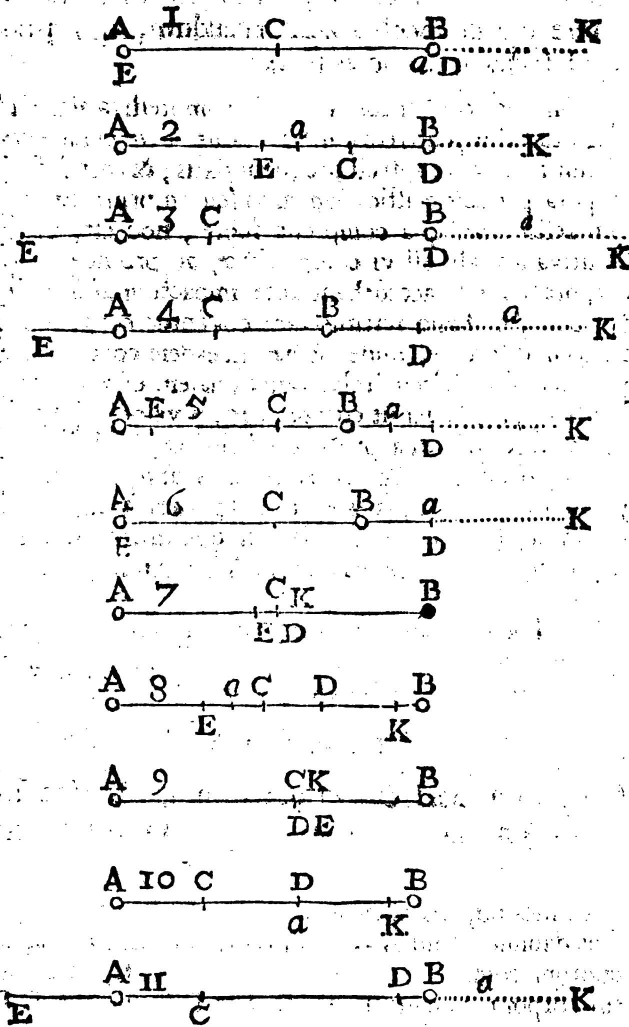
Ex hoc corollario regulae congressuum in corporibus perfecte elasticis facile eruuntur, quod igitur in sequenti problemate praestandum est.

PROBL. III.

Corporum perfecte elasticorum & directe impingentium regulas congressuum determinare.

Omnes hujus problematis casus eâdem operâ constructos dabimus. Sint A & B duo corpora perfecte elastica, quorum commune gravitatis centrum sit C, & ponantur corpora concurrere in D, fiat C E aequalis C D; dico post concursum rectam E A exponere velocitatem corporis A ab E versus A, & rectam E B exponere velocitatem mobilis B ab E versus B.

Dem.


A 1 C B K
E a D
A 2 a B K
E C D
A 3 C B a
E D K
A 4 C B a K
E D
A E 5 C B a K
D
A 6 C B a K
E D
A 7 C K B
E D
A 8 a C D B
E K
A 9 CK B
DE
A 10 C D B
a K
A 11 D B a K
E C

Dem. Cum (per theor. 18.) commune corporum gravitatis centrum ante & post impulsum, eadem semper velocitate uniformiter progreditur, in tempore æquali ei quo percurritur à corpore A longitudo AD vel à centro gravitatis C longitudo CD, post impulsum ab eodem C percurretur longitudo DK, ipsi DC æqualis; fiat K a æqualis CA: cum vero (per cor. præcedentis theor.) æqualibus temporibus ante & post impactum sumptis, æquales semper sunt corporum à communi gravitatis centro distantiæ; quo temporis puncto commune gravitatis centrum est in K, corpus A reperietur in a, adeoque post impulsum erit ipsius motus à D versus a, & ejus velocitas erit ut recta D a, quæ ab ipso in eo tempore percurritur; sed ob CE æqualem rectæ CD vel KD, & CA æqualem K a, erit rectarum CE, CA differentia æqualis differentiæ rectarum KD, K a, hoc est, erit EA æqualis D a; sed recta D a denotat corporis A velocitatem post impulsum, quare ejus velocitas per rectam EA quoque denotabitur; præterea cum velocitas corporum relativa ante & post impulsum eadem manet, & recta EA denotat velocitatem mobilis A, velocitas mobilis B post impulsum necessario per rectam EB denotabitur; ab E scil. versus B.

Cor. 1. Si corpus B quiescat, coincidet punctum D cum B, ut in tribus figuris primis: & quia est B ad A ut AC ad CB, erit componendo B & A simul ad A ut AB ad CB; unde duplicando consequentes erit B & A simul ad 2 A ut AB ad 2 CB vel EB; hoc est, ut corporum aggregatum ad duplum corporis impingentis, ita celeritas impingentis ante contactum ad celeritatem prius quiescentis post contactum.

Cor. 2 Adeoque si A & B æqualia sunt, erit A & B = 2 A, unde EB celeritas corporis B post contactum erit æqualis AB celeritati corporis A ante contactum; & proinde coincidente puncto E cum puncto A, erit

AE

AE velocitas mobilis A post impulsum nihilo æqualis; quod etiam facile sic ostenditur, ob corpora A & B æqualia erit AC = CB = GD = CE, quare coincidit punctum E cum A, & proinde mobile A post impulsum quiescet, & corpus B post impulsum movebitur cum celeritate EB, vel AB. Si igitur corpus elasticum in alterum quiescens & æquale impegerit, post contactum quiescet impingens, & quiescens cum prioris celeritate movebitur.

Cor. 3. Si corpora A & B æqualia versus eandem partem ferantur (ut in fig. 4.) post contactum ad easdem quoque partes ferentur, celeritatibus permutatis, nam ob CE = CD & AC = CB erit CE — AC, hoc est EA = CD — CB seu BD, adeoque velocitas corporis A post impactum æqualis erit velocitati mobilis B ante impactum; præterea quia EA = BD erit EB = AD, & proinde velocitas corporis B post contactum prioris A velocitati ante occursum æqualis erit.

Cor. 4. Si corpora A & B æqualia ad contrarias partes ferantur, (ut in fig. 10.) post impulsum ad contrarias partes recedent, celeritatibus permutatis. Nam ob AC = CB & CE = GD erit AC — CE, hoc est, AE = CB — CD seu BD, adeoque velocitas corporis A post impactum æqualis erit velocitati corporis B ante impactum; præterea ob EA = BD erit AD = EB, sed AD erat velocitas corporis A ante occursum, & EB est velocitas corporis B post occursum, unde liquet corollarium.

Quoniam in praxi calculus semper est adhibendus, convenit ut modus tradetur, quo celeritates corporum elasticorum post impulsum sunt investigandæ, & ad numeros reducendæ; & quidem facile esset ad modum superiorum corollariorum omnes particulares casus ex generali exposita constructione ad numeros revocare; facillime autem generalis calculus sic eruitur.

Ponamus primo corpora A & B versus eandem partem moveri, sitque C velocitas insequentis A, præcedentis

dentis vero B velocitas sit c; unde velocitas corporum relativa erit $C-c$, & summa motuum versus eandem partem $AC+Bc$; velocitas corporis A post impulsum versus eandem qua prius plagam vocetur x; & quia eadem manet corporum velocitas relativa ante & post impactum, velocitas corporis B erit $x+C-c$, est enim velocitas corporum relativa æqualis excessui velocitatis qua velocitas corporis celerioris superat velocitatem tardioris, adeoque excessus ille debet esse $C-c$; cum vero velocitas corporis A sit x erit ejus motus versus plagam D, Ax; & cum velocitas corporis B sit $x+C-c$ erit ejus motus versus eandem partem $Bx+BC-Bc$; & horum motuum summa æqualis erit summæ priorum motuum, hoc est, erit $Ax+Bx+BC-Bc=AC+Bc$; unde reducendo hanc æquationem, erit $Ax+Bx=AC-BC+2Bc$ & $x=\frac{AC-BC+2Bc}{A+B}=$ velocitati corporis A.





Porro velocitas corporis B est $= x+C-c =$
$$\frac{AC-BC+2Bc}{A+B}+C-c=\frac{AC-BC+2Bc+AC+BC-Ac-Bc}{A+B}$$
$$=\frac{2AC-Ac+Bc}{A+B}.$$

Si BC sit major quam $AC+2Bc$, erit x seu $\frac{AC-BC+2Bc}{A+B}$ quantitas negativa, adeoque velocitas corporis A erit versus contrariam partem, & ejus motus versus D erit negativus. Si corpus B quiescat, hoc est, si sit $c=o$, erit velocitas corporis A post impulsum $\pm\frac{AC-BC}{A+B}$ prorsum aut retrorsum prout signum $+$ aut $-$ prævaluerit.

Si

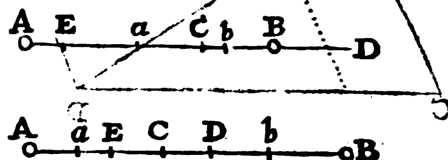
Si corpora A & B celeritatibus C & c, versus contrarias partes lata, sibi mutuo directe impingant, erit ipsorum motus versus eandem partem $AC - Bc$; & velocitas corporum relativa erit $C + c$. Sit jam x velocitas corporis A post impactum; erit ejus motus versus eandem qua prius plagam Ax, & velocitas corporis B erit $x + C + c$, (nam velocitas corporum relativa per ictum non mutatur) & motus in corpore B versus D erit $Bx + BC + Bc$; unde summa motuum versus eandem partem, erit $Ax + Bx + BC + Bc$, quæ (per theor. 14.) æqualis erit $AC - Bc$, adeoque erit $Ax + Bx = AC - BC - 2Bc$ & $x = \frac{AC - BC - 2Bc}{A+B}$ & velocitas corporis B erit $\frac{AC - BC - 2Bc}{A+B} + C + c$ $= \frac{AC - BC - 2Bc + AC + Ac + BC + Bc}{A+B} = \frac{2AC + Ac - Bc}{A+B}$.

Si $BC + 2Bc$ sit major quam AC, erit motus corporis A retrorsum versus contrariam scil. partem; in quo casu erit x seu $\frac{AC - BC - 2Bc}{A+B}$ quantitas negativa.

Corporum durorum leges primus quod sciam recte tradidit *Joannes Wallisius* hujus Academiæ in Cathedra Geometriæ Saviliana celeberrimus Professor, in Transactionibus Philosophicis numero 43 ubi etiam primus veram causam reflectionum in aliis corporibus aperuit, & has ab elasticitate proficisci docuit. Postea, non longo temporis intervallo, clarissimi viri Dominus *Christophorus Wren* tunc temporis in hac Academia Astronomiæ Professor Savilianus, & Dominus *Christianus Hugens* leges, quas observant corpora perfecte elastica, Societati Regiæ Anglicanæ seorsim impertivere, & eandem prorsus constructionem dederunt, quamvis uterque quid ab altero factum de hac re fuit, inscius erat. Cum autem ipsi constructiones & leges suas absque demonstratione in Philosoph. Transact. consignarunt; pla-

cuit hanc ipsorum elegantem admodum constructionem exinde depromere & demonstrare.

Non dissimili methodo construitur problema in corporibus quidem elasticis, sed quæ non se restituunt eadem vi qua comprimuntur. Sint enim duo quæcunque corpora A & B, quorum commune gravitatis centrum sit C;



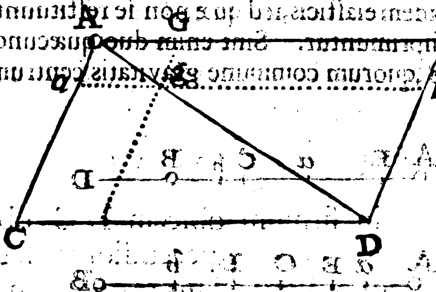
secentur A C, B C ita in a & b, ut A C sit ad a C & B C ad b C ut vis elaterem comprimens ad vim qua elater se restituit; fiatque C E æqualis C D; erit E a velocitas corporis A post impulsum ab E versus a, & E b erit velocitas corporis B ab E versus D.

Quod si vis restitutiva æqualis sit vi compressionis, coincidet punctum a cum A, & constructio redit ad priorem. Demonstratio facilis est præcedentem intelligenti, nec opus est ut apponatur.

THEOR. XXV.

Si mobile A in recta A B uniformiter moveatur, & interea recta linea illa A B, sibi semper parallela, motu etiam æquabili deferatur secundum directionem ad A C parallelam, sitque velocitas mobilis A ad velocitatem lineæ A B ut A B ad A C, & compleatur parallelogrammum A B D C, cujus diagonalis sit A D, erit hæc vera linea à mobili A motu suo descripta.

Cum linea A B ad situm *a b* pervenerit, sit *g* locus mobilis A, & quia (per theor. 6.) spatia simul de-



scripta sunt ut velocitates, erit *a g* longitudo à mobili A percursa ad A *a* longitudinem à linea A B percursam, ut velocitas mobilis A ad velocitatem rectæ A B, hoc est, (ex hyp.) ut A B ad A C; unde parallelogrammum *a* G simile erit parallelogrammo C B, & proinde (per 24. El. 6.) punctum *g* in diagonali A D locabitur; hoc est, corpus A semper in recta A D reperietur, adeoque hæc linea ab illo percurretur. Q. E. D.

Cor. 1. Eodem tempore describitur à mobili A linea A D, quo absque motu secundum A C lineam A B percurreret, aut quo absque motu secundum A B describeret rectam A C.

Cor. 2. Cum mobile ideo in recta A D deferatur, quod præter motum proprium participat quoque de motu loci sui seu rectæ A B, & motus ejus ex utroque compositus sit; si mobile aliquod motus secundum directiones A B, A C simul impressos habeat, sintque motus illi vel vires à quibus producuntur ut rectæ A B A C, erit A D linea à mobili descripta, quod à duabus hisce viribus motus impressos recepit, & ejus vis, qua in recta A D fertur, erit ad priores secundum A B A C ut diagonalis A D ad latera parallelogrammi A B, A C.

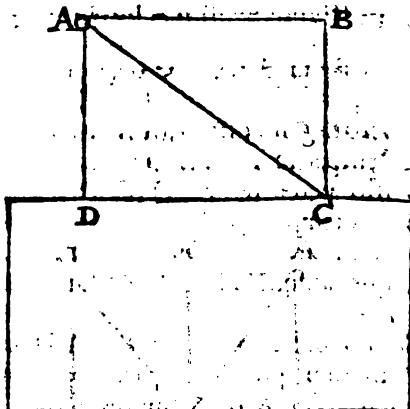
Cor. 3. Hinc è converso, si mobile cum vi ut A D percurrat rectam A D, idem erit motus & secundum

 eandem

eandem directionem, ac si initio motus simul impelletur à duabus viribus rectis A B, A C, proportionalibus, secundum directiones ab A ad B & ab A ad C: atque hinc motus quivis, etsi in se simplex, tanquam pluribus motibus compositus considerari possit, & vires quælibet in alias plures secundum diversas directiones agentes resolvi possunt.

THEOR. XXVI.

Si corpus A in firmum obicem D C oblique impingat, erit energia percussionis, seu magnitudo ictûs obliqui ad magnitudinem ictûs,



quem produceret idem corpus eadem celeritate perpendiculariter impingens, ut sinus anguli incidentiæ A C D ad radium.

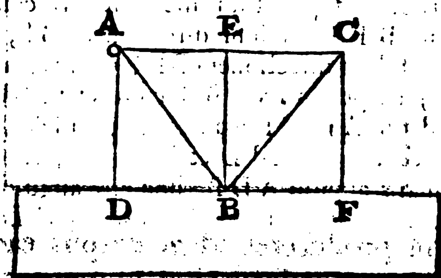
Ab A in obicem dimittatur perpendicularis A D, si superficies obicis sit plana; vel si curva, dimittatur perpendicularis in planum tangens obicem in puncto incidentiæ C, & compleatur rectangulum D B. Jam (per

corol.

corollar. praecedentis) motus corporis A ut A C in recta A C aequipollet duobus motibus simul impressis secundum directiones A B, A D, qui sunt ad motum in A C ut rectae A B, A D ad A C; sed motui in recta A B nullo modo resistit obex D C; cum enim A B sit ad D C parallela, corpus in recta A B motum in obicem D C nunquam impinget; vis igitur, qua impingit in obicem, est ut recta A D; est itaque vis corporis A in recta A C ad vim, qua impingit in obicem, ut A C ad D C: sed si perpendiculariter cum vi ut A C impegisset in eundem, ictus magnitudo per A C repraesentaretur, motus enim totus per obicem destrueretur: quare erit magnitudo ictus obliqui ad magnitudinem ictus perpendicularis ut A D ad A C; hoc est, posito A C radio, ut sinus anguli incidentiae ad radium.

THEOR. XXVII.

Si corpus perfecte elasticum in firmum obicem oblique impingat, ab illo ita reflectetur,



ut angulo incidentiae aequalis sit angulus reflectionis.

Incidat corpus A perfecte elasticum in firmum obicem oblique secundum lineam A B; dico corpus illud

cum

cum eadem celeritate ita in recta B C reflecti, ut angulo incidentiæ A B D æqualis sit angulus reflectionis C B E. Recta A B exponat motum corporis A in directione A B; (per coroll. 3 theor 25.) resolvitur hic motus in alios duos secundum directiones A E, A D, qui sunt ad motum in A B ut A B ad A E, A D; sed cum A E est ad superficiem obicis parallela, & A D ad ipsam vel saltem ad planum obicem in C tangens perpendicularis, vis illa, qua impingit in obicem, est ea solummodo quæ est ut A D secundum directionem ad obicem perpendicularem agens; fiat jam B E æqualis & parallela ipsi A D, & B F æqualis D B vel A E, & compleatur rectangulum E F, quod erit per omnia simile & æquale rectangulo D E. Cum igitur motus ut A E secundum directionem ad obicem parallelam per ictum non destruitur, quippe huic motui obex non est contrarius, post impulsum ad B permanet in corpore vis ut AE vel BF movendi secundum directionem B F; sed ex natura elasticitatis corpus, cum vi ut E B secundum directionem E B, in obicem impingens eadem vi secundum eandem directionem reflectitur; motus igitur corporis ad punctum incidentiæ B componitur ex motu ut B F secundum directionem B F, & motu ut B E secundum directionem B E; quare (per corol. 2. theor. 25.) corpus in recta B C cum vi ut B C movebitur; sed ob A D, C F æquales & parallelas, item ob D B, B F & angulos ad D & B æquales, erit angulus C B F æqualis angulo A D B, hoc est, angulo incidentiæ æqualis erit angulus reflectionis. Q. E. D.

PROBL. IV.

Corporum oblique impingentium post occursum determinare motus.

Moveantur corpora quæcunque A & B in lineis ad se invicem inclinatis A C, B C, quarum longitudines

respective

respective exponant velocitates corporum A, B; recta D C E repræsentet planum à quo tanguntur corpora in puncto concursus; in quod ab A & B demittantur perpendiculares A E, B F, quæ exponant velocitates quibus corpora ad se invicem accedunt. Compleantur

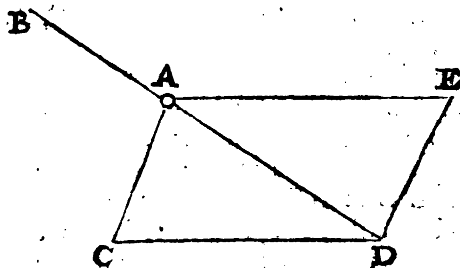
rectangula E G, F H. (Per cor. 3. theor. 25.) corporis A resolvitur motus in duos alios secundum directiones A G, A E, ad quos motus in A C est ut A C ad A G, A E respective; similiter corporis B resolvitur motus in duos alios secundum directiones B F, B H; ad quos motus in B C est ut B C ad B F, B H respective: cum vero A G, B H sint parallelæ, velocitatibus quibus secundum has directiones moveantur, corpora in se invicem non impingent, adeoque motus secundum hasce directiones per impactum non mutabitur; velocitates igitur quibus corpora in se mutuo incurrunt, sunt ut A E vel G C & B F vel H C. Corporum igitur A, B cum velocitatibus G C, H C in se mutuo directe incurrentium (per Probl. 2. si corpora dura sunt, vel per Probl. 3. si elastica) determinentur motus, sitque C L velocitas corporis A à C versus L post impactum ortum ex velocitatibus G C, H C. Cumque, ut ostensum est, manet in corpore vis movendi secundum directionem

nem ad A G parallelam cum velocitate ut A G, sit CM æqualis A G, & compleatur rectangulum L M; in hujus diagonali C N movebitur corpus A post impactum cum velocitate ut C N, ut patet (per coroll. theor. 25.) & similiter determinabitur motus corporis post impulsum. Q. E. F.

THEOR. XXVIII.

Si mobile A à tribus potentiis ope trium filorum trahatur, vel alio quocunque modo urgeatur secundum directiones A B, A E, A C, ita ut hæ tres potentiæ sibi mutuo æquipolleant; hoc est, binæ quævis alterius effectum destruant, & corpus per nullam ipsarum moveatur, potentiæ illæ inter se eandem rationem habebunt cum rectis tribus ad ipsarum directiones parallelis & à mutuo concursu terminatis.

Exponat A D potentiam seu vim qua mobile A urgetur ab A versus B; vis huic æquipollens seu æqualis

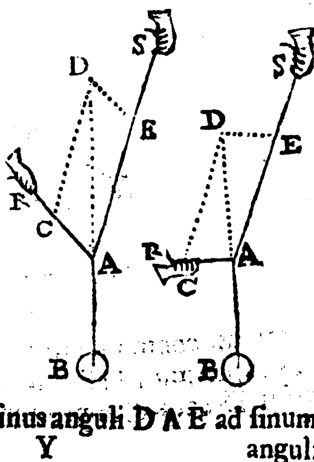


& corpus contrarie ab A versus D urgens etiam per A D exponetur; sed (per cor. 3 theor. 25.) vis ab A versus D corpus impellens æquipollet duabus secundum

dum directiones A C, A E agentibus, ad quas vis prior, ab A versus D agens, est ut A D ad A C, & A E vel C D respective; & vicissim vires, secundum rectas A C, A E agentes & vi corpus ab A versus D urgenti simul æquipollentes, debent esse ad vim eandem secundum A D ut A C & A E vel C D ad A D, quare etiam vires secundum rectam A C, A E agentes & æquipollentes vi, qua corpus ab A versus B urgetur, ejusque effectum destruentes debent esse ad eandem ut A C, C D ad A D; hoc est, si idem mobile à tribus potentiis sibi mutuo æquipollentibus secundum directiones A B, A C, A E urgeatur, erunt hæ tres potentiæ ut rectæ A D, A C, C B respective. Q. E. D.

Cor. 1. Cum in triangulo quovis latera sunt ut sinus angulorum oppositorum, erit A C ad C D ut sinus anguli A D C vel D A E ad sinum anguli D A C; unde quævis duæ potentiæ sunt inter se reciproce ut sinus angulorum, quos lineæ directionum cum linea directionis tertiæ potentiæ continent. Est præterea A D ad A C ut sinus anguli C vel C A E ad sinum anguli C D A vel D A E; & similiter potentia secundum A B agens est ad potentiam secundum A E ut sinus anguli C A E ad sinum anguli C A D.

Cor. 2. Si pondus B duæ potentiæ R S filorum ope secundum rectas A R, A S trahentes sustineant, punctum A à tribus potentiis urgetur, quarum duæ secundum directiones A R, A S agunt, & altera est vis gravitatis ponderis B, agens secundum rectam A B ad terram perpendicularem; unde erit potentia R ad vim gravitatis ut A C ad A D, vel ut sinus anguli D A E ad sinum



 anguli

anguli C A E; & potentia S erit ad vim gravitatis ut E A ad A D, vel ſinus anguli C A D ad ſinum anguli C A E, & potentia R erit ad S potentiam ut ſinus anguli E A B ad ſinum anguli C A D.

Theorema hoc cum ſuis corollariis eſt fundamentum totius Mechanicæ novæ, quam Dominus *Varignion* edidit, & ab ipſo etiam immediate conſequuntur plurima theoremata mechanica, quæ in eximio opere *Jo. Alphonſi Borelli* de motu animali continentur, & per hoc vires muſculorum æſtimari poſſunt.

THEOR. XXIX.

Si grave B plano inclinato incumbat, & à potentia R ſecundum directionem plano parallelam agens ſuſtineatur, ne in plano illo deſcendat; potentia R erit ad pondus corporis B ut ſinus anguli inclinationis ad radium.

Per punctum, ubi grave plano incumbat, ducatur ad communem ſectionem plani & horizontis perpendicularis A C, à cujus puncto quovis A dimittatur in planum horizontis perpendicularis A D, & jungatur CD; erit (per def. 6. El. 11.) A C D angulus inclinationis plani & horizontis, cujus ſinus eſt A D poſito C A radio: dico jam A C eſſe ad A B ut pondus corporis B ad potentiam R. Corpus enim B à tribus potentiis ſecundum diverſas directiones agentibus & ſibi mutuo in æquilibrio poſitis urgetur, quarum prima eſt vis gravitatis

vitatis secundum directionem BE ad CD perpendicularem agens; secunda est potentia R corpus trahens secundum directionem BR ad AC parallelam, tertiæ autem potentiæ supplet vicem resistentia seu contranitentia plani secundum lineam BH sibi perpendicularem agens; nam reactio actioni semper est æqualis & fit in plagam contrariam, cumque planum perpendiculariter à mobili prematur secundum directionem BF, planum æqualiter reaget in corpus secundum directionem BH, & contranitentia illa æquipollet potentiæ secundum BH mobile urgenti; cumque hæ tres potentiæ sunt sibi mutuo in æquilibrio & mobile ab ipsis sustinetur, si ducatur FG ad EB parallela, rectæ AC occurrens in G, erit potentia R ad vim gravitatis ut BG ad FG (per præcedens theor.) sed ob triangulum CFG rectangulum & dimissam in basim CG perpendicularem FB, est (per 8. El. 6.) ut BG ad FG ita FG ad GC, & ut FG ad GC ita (per 4. El. 6.) erit AD ad AC; quare est potentia R ad vim gravitatis ut AD ad AC, vel ut sinus inclinationis plani ad radium. Potentia igitur aliqua potest grave in plano inclinato sustinere, modo potentia illa sit ad pondus gravis ut sinus inclinationis plani ad radium. Q. E. D.

Cor. 1. Cum potentia R impediat descensum gravis in plano AC, & ejus momento, quo in illo descendere nititur, æquipollet, sequitur gravis cujusque vim descendendi in plano inclinato esse ad vim qua descendere conatur in perpendiculo, ut sinus inclinationis plani ad radium.

Cor. 2. Hinc etiam plani inclinatio talis assignari potest, ut super illud quantulacunque potentia pondus quodcunque magnum sustinere vel etiam elevare potest.

CLARISSIMI HUGENII

THEOREMATA

DE

VI CENTRIFUGA

Et Motu Circulari demonstrata.

SEQUENTIA Theoremata ab illustri Authore ineunte anno 1672. edita, ad calcem eruditi operis de Horologio Oscillatorio extant, ubi nuda solummodo Theoremata demonstrationes alio tempore traditurus proponit Author. Ipso autem per septennium mortuo, cum nulla jam amplius restat spes illius demonstrationes in lucem prodituras esse; opus Reipublicæ philosophicæ haud ingratum facturus videor, si alias demonstrationes Hugenianis *forte haud dissimiles tradam, quibus præclara hæc inventa ultra dubium posita in naturalis scientiæ incrementum felicius cedant.*

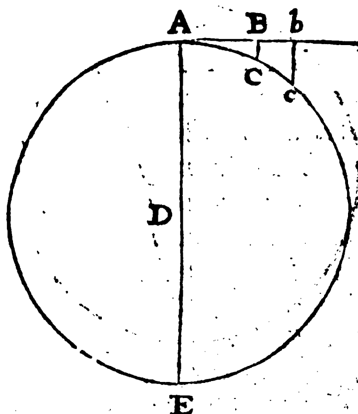
DEFINITIO.

VIS centrifuga est vis illa, qua mobile quodcunque circa punctum aliquod ut centrum revolvens à centro illo recedere conatur. Nam

cum

eum, juxta ſatis notam naturæ legem, corpus omne ſemel motum ſecundum eandem rectam ſemper uniformiter progredi nitatur, patet nullum mobile poſſe orbitam aliquam motu ſuo deſcribere niſi vi aliqua in orbita illa detineatur; ideoque oportet, ut vis illa, quæ centrum reſpicit, ſit æqualis vi per quam à centro recedere nititur.

E. g. Deſcribat mobile aliquod orbitam A C E, quod ubi ad A pervenit, deſtructa vi illa qua in orbita detinetur, progrederetur ſecundum tangentem A B, & in tempore aliquo minimo per A B rectam minimam deſignato ab orbita ſua recederet per ſpatium B C. Unde neceſſe



eſt, ſi mobile in eodem tempore arcum minimum *AC* deſcriberet, ut vis, qua urgetur in A verſus centrum *D*, faciat ut ſecundum directionem A D progrediens moveretur per ſpatium æquale B C, ac proinde vis centrifuga vi centripetæ erit ſemper æqualis. Atque hinc ſequitur tam vim centrifugam quam centripetam eſſe lineolis B C; *b c* in minimo dato tempore naſcentibus

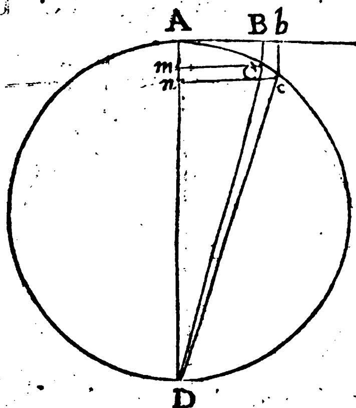
propor-

proportionales, & rite posse per tales rectas repræsentari. Quare quæcunque Cl. *Neutonus* (in Philosophia sua Natur. prop. 4. & ejus Corollariis) de Vi Centripeta demonstravit, eadem omnia possunt vi centrifugæ applicari. Atque inde quatuor prima sequentia Theoremata facile fluunt, illarum tamen demonstrationes libet apponere.

LEMMA.

In circulo subtensæ anguli contactus evanescentes sive infinite parvæ sunt in duplicata ratione arcuum conterminorum.

Sint arcus illi A C, A c, subtensæ ad tangentem perpendiculares, B C, $b\,c$; ducatur diameter A D, & ad



diametrum perpendiculares C m, C n; & erit B C : $b\,c$ :: A m : A n : : A m x A D : A n x A D. Est vero (per 8. El. 6.) D A : A C : : A C : A m, & D A : A c : : A c : A n; quare erit D A x A m = A C q & D A x A n = A c q, quare est etiam B C : b c : : A C q : A c q. Q.E.D.

Cor. Hinc est B C $= \frac{A\,C\,q}{D\,A}$.

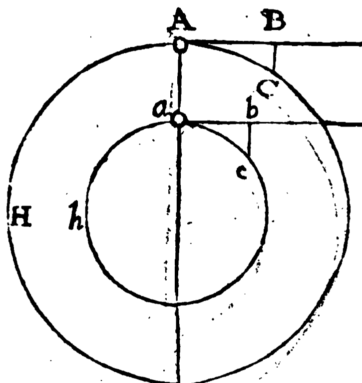
Hoc lemma in omnibus curvis primi generis universaliter demonstravit egregius Neutonus.

THEOR.

THEOR. I.

Si duo mobilia æqualia æqualibus temporibus circumferentias inæquales percurrant; erit vis centrifuga in majori circumferentia ad eam quæ in minore, ficut ipſæ inter ſe circumferentiæ vel earum diametri.

Percurrat mobile A circumferentiam A C H, & eodem tempore mobile *a* circumferentiam *a c b*, ſintque A C, *a c*, arcus minimi ſimul deſcripti. Quia utraque peripheria æquali tempore percurritur, arcus illi



erunt ſimiles, & proinde figura A B C ſimilis erit figuræ *a b c*; quare B C : *b c* :: A C : *a c* :: periph. A C H : periph. *a c b*. Sed conſtat ex ſuperiore definitione eſſe vim centrifugam mobilis A ad vim centrifugam mobilis *a* ut B C ad *b c*. Quare erit vis centrifuga mobilis A ad vim centrifugam mobilis *a* ut periph. A C H ad periph. *a c b*, ſive ut illius diameter ad diametrum hujus. Q. E. D.

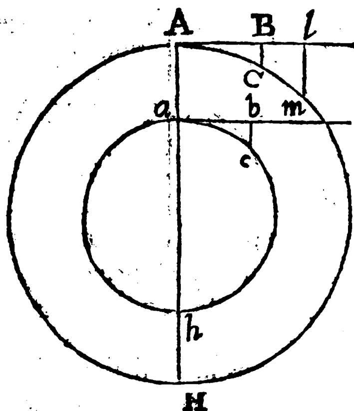
Cor. Hinc vice verſa ſi vires centrifugæ ſint ut diametri, tempora periodica erunt æqualia.

THEOR.

THEOR. II.

Si duo mobilia æqualia æquali celeritate ferantur in circumferentiis inæqualibus, erunt eorum vires centrifugæ in ratione contraria diametrorum.

Sint A C, *a c* arcus minimi simul descripti, qui ob æqualem in utroque mobili velocitatem, æquales erunt; fiat arcus A *m* similis arcui *a c* & ducatur L *m* ad B C parallela; & erit vis centrifuga in majori circumferen-



tia ad eam quæ est in minore ut lineola nascens B C ad nascentem *b c*; Sed est B C ad *b c* in ratione composita ex B C ad L *m* & L *m* ad *b c*, & ex præcedente lemmate est B C ad L *m* ut A C*q* ad A *m q*, & est L *m* ad *b c* ut A *m* ad *a c* vel A C. Quare erit B C : *b c* :: A C*q* : A *m q* + A *m* : *a c* : : A C*q* : A *m q* + A *m q* : A *m* x *a c* : : A C*q* vel *a c q* : A *m* x *a c* :: *a c* : A *m*, hoc est, ut tota periph. *a c h* ad totam periph. A C H, sive ut diameter *a h* ad diametrum A H. Q. E. D.

THEOR. III.

Si duo mobilia æqualia in circumferentiis æqualibus ferantur, sed utraque motu æquabili (qualem in his omnibus intelligi volumus) erit vis centrifuga velocioris ad vim tardioris in ratione duplicata celeritatum.

Sunt enim vires centrifugæ ut subtensæ evanescentes anguli contactus, (quæ per hactenus demonstrata) in eodem vel æqualibus circulis sunt in duplicata ratione arcuum conterminorum, sed arcus contermini, cum sint spatia simul descripta, sunt ut velocitates, quare vires centrifugæ sunt in duplicata ratione velocitatum. Q.E.D.

THEOR. IV.

Si mobilia duo æqualia in circumferentiis inæqualibus circumlata, vim centrifugam æqualem habuerint; erit tempus circuitus in majori circumferentia, ad tempus circuitus in minori in subdupla ratione diametrorum.

Sint A C, *a c*, arcus minimi simul descripti; (vide fig. Theor. 2) quia vires centrifugæ æquales sunt, erit B C = *b c*. Dicatur tempus quo describitur periph. A C H, T, & tempus quo describitur periph. *a c h*, *t*: fiat arcus A *m* similis arcui *a c*, & ponamus mobile aliquod eodem tempore percurrere circumferentiam A C H A quo percurritur circumferentia *a c h a*; & in eo casu arcus in utraque peripheria simul descripti erunt A *m*, *a c*, sed est velocitas mobilis in dato aliquo tempore percurrentis arcum A *m*, ad velocitatem mobilis eodem tempore percurrentis arcum A C, ut arcus A *m* ad arcum A C, adeoque cum tempus quo ea-

dem

dem peripheria percurritur est semper reciproce ut velocitas, erit $T : t :: Am : AC$ & $T^2 : t^2 :: Amq : ACq :: ml : BC :: ml : bc$: hoc est ob arcum Am similem arcui ac ut diameter AH ad diametrum ah, unde constat esse $T : t :: \sqrt{AH} : \sqrt{ah}$. Q. E. D.

Schol. Cum in omni casu est vis centrifuga ad vim centrifugam ut BC ad bc, est vero $BC = \frac{ACq}{AH}$ & $bc = \frac{acq}{ah}$, erit vis centrifuga ad vim centrifugam ut $\frac{ACq}{AH}$ ad $\frac{acq}{ab}$; hoc est, ut quadrata arcuum simul descriptorum ad circulorum diametros applicata, & cum arcus illi sunt ut velocitates, erunt vires centrifugæ etiam ut velocitatum quadrata ad circulorum diametros applicata.

LEMMA 2.

Si mobile in circumferentia circuli revolvat, spatium, quod mobile recta progrediens & urgente solummodo vi centrifuga ex motu illo circulari orta; in dato tempore percurreret, erit tertium proportionale circuli diametro & arcui, quem in circumferentia circuli revolvens eodem tempore describeret.

Sit A C arcus quilibet in minima aliqua temporis particula descriptus, & designet n tempus quodlibet seu numerum quemlibet istiusmodi particularum, erit $n \times AC$ arcus quem mobile in peripheria revolvens in dato tempore n describet, & BC spatium quod in prima temporis istius particula, urgente vi centrifuga, percurreret. Cum autem mobile omne, vi eadem in eandem semper plagam continuata, describat spatia in duplicata ratione temporum (per cor. 3. theor. 12. lect. 11. quippe quæcunque de gravitate demonstrata sunt, ea cuilibet alii vi uniformiter agenti applicari possunt) erit spatium urgente vi centrifuga in tempore n descriptum $= n^2 \times BC$. Sed (ut

constat ex lemmate primo) est A H : A C : : A C : B C & ut A C ad B C, ita $n \times$ A C ad $n \times$ B C; quum est A H ad A C ut $n \times$ A C ad $n \times$ B C, & ducendo consequentes in n, erit A H ad $n \times$ A C ut $n \times$ A C ad $n \times$ B C, hoc est, diameter circuli, arcus in dato tempore descriptus, & spatium quod urgente vi centrifuga eodem tempore percurreretur sunt continue proportionalia. Q. E. D.

Cor. Si diameter circuli dicatur D, & arcus in quolibet tempore à revolvente mobili descriptus vocetur A, spatium quod urgente vi centrifuga eodem tempore describeretur erit $\frac{A^2}{D}$; sunt enim D, A, $\frac{A^2}{D}$ continue proportionales.

T H E O R. V.

Si mobile in circumferentia circuli feratur, ea celeritate quam acquirit cadendo ex altitudine quæ sit quartæ parti diametri æqualis, habebit vim centrifugam suæ gravitati æqualem; hoc est, eadem vi funem, quo in centro detinetur intendit atque cum in eo suspensum est.

Vocetur diameter circuli D, & peripheria P; & cum ex hypothesi velocitas mobilis in peripheria lati uniformis sit, & æqualis illi quam acquirit cadendo per $\frac{1}{4}$ D, liquet quod mobile æquali tempore in peripheria revolvens describeret arcum illius duplo æqualem, (per theor. 12. Lect. 11.) hoc est $= \frac{1}{2}$ D; unde ex lem. 2. spatium ab impellente vi centrifuga interea percursum erit $= \frac{1}{4}$ D: est enim D ad $\frac{1}{2}$ D ut $\frac{1}{2}$ D ad $\frac{1}{4}$ D; sed ex hypothesi spatium quod mobile urgente vi gravitatis eodem tempore describit, est etiam $\frac{1}{4}$ D. Quare, cum spatia à duabus hisce viribus eodem tempore percursa sunt æqualia, erunt quoque vires illæ æquales.

Cor.

Coroll. Hinc vice versa, si mobile in circumferentia latente habeat vim centrifugam suæ gravitati æqualem; ejus velocitas est ea quæ acquiritur cadendo per ¼ D.

Coroll. 2. Hinc tempus circuitus est ad tempus descensus per ¼ D ut P ad ½ D sive ut 2 P ad D. Nam quo tempore mobile cum velocitate accelerata percurrit ¼ D, eum velocitate ultimo acquisita uniformiter motum percurret ½ D : ac proinde cum velocitates sunt æquales, erunt tempora ut spatia percursa; hoc est, tempus, quo mobile percurrit peripheriam, est ad tempus quo describit ½ D ut P ad ½ D, sive ut 2 P ad D, sed tempus quo describitur ½ D est = tempori casus per ¼ D unde erit tempus circuitus ad tempus casus perpendicularis per ¼ D ut 2 P ad D.

THEOR. VI.

In cava superficie conoidis parabolici, quod axem ad perpendiculum erectum habeat, circuitus omnes mobilis circumferentias horrizonti parallelas percurrentis, sive parvæ, sive magnæ fuerint, æqualibus temporibus peraguntur: quæ tempora singula æquantur binis oscillationibus penduli, cujus longitudo sit dimidium lateris recti parabolæ genetricis.

Sit HGADE conoides parabolicum, cujus axis AP ad perpendiculum erigitur; GD, HE, diametri circulorum quorum peripherias horizonti parallelas mobile percurrit; quod igitur urgebitur à tribus potentiis sibi mutuo æquipollentibus secundum tres diversas directiones, quarum prima est vis gravitatis impellens mobile secundum rectam HN ad horizontis planum perpendicularem, secunda est vis centrifuga orta ex motu circulari, mobile urgens ab H versus K; tertiæ vero potentiæ supplet vicem resistentia seu contranitentia superficiei

perficiei

perficiei parabolicæ secundum lineam H P sibi perpendicularem agens, nam reactio actioni semper æqualis est, & fit in plagam contrariam; unde cum superficies perpendiculariter à mobili premitur, hæc æqualiter reget in corpus secundum directionem H P, & contranitentia illa æquipollet potentiæ secundum directionem H P mobile urgenti, quare cum mobile à tribus hisce potentiis sustinetur, erunt necessario sibi mutuo in æquilibrio, *i.e.* binæ quævis alterius effectum destruent. Unde ducta O N ad H K parallela cum H N conveniente in N,

K H P M E O N Q G B D L A O R T S

si O H repræsentet contranitentiam superficiei parabolicæ, recta O N exponet vim centrifugam & H N vim gravitatis mobilis: sed ob æquiangula triangula H O N, H M P, est O N ad H N ut H M ad M P, hoc est, erit vis centrifuga mobilis peripheriam circuli H M E describentis ad vim gravitatis ejusdem ut H M radius circuli ad M P subperpendicularem. Similiter, in quavis alia peripheria G L D in superficie conoidis, vis centrifuga mobilis ipsam describentis est ad vim gravitatis ut G B radius ad B Q subperpendicularem. Porro quoniam est vis centrifuga mobilis peripheriam H M E percurrentis ad vim gravitatis ut H M ad M P, & vis gravitatis ejusdem mobilis est ad ejus vim centrifugam

cum

cum peripheriam G L D percurrit ut B Q ad B G five (ex natura parabolæ) ut M P ad B G; erit ex æquo vis centrifuga mobilis peripheriam H M E percurrentis ad vim ejus centrifugam cum percurrit peripheriam G L D ut H M ad B G; hoc est, vires centrifugæ sunt ut semidiametri, vel diametri circulorum, unde (per Corol. theor. primi) tempora periodica æquantur. quod primo erat demonstrandum.

Accipiatur jam circulus G L D talis ut ejus diameter G D sit æqualis lateri rectæ parabolæ H A E, unde ex natura parabolæ erit G B = B Q, adeoque vis centrifuga mobilis in peripheria G L D æqualis erit vi gravitatis; est igitur (per cor. præcedentis) velocitas mobilis in peripheria G L D ea quæ acquiritur cadendo per $\frac{1}{4}$ G D vel (ex natura parabolæ) per B A; fiat jam O S T cyclois cujus axis vel diameter circuli generatoris S R sit æqualis A B, & erit tempus descensus per cycloidem O S ad tempus casus perpendicularis per axem R S vel per B A ut $\frac{1}{2}$ P ad D per prop. 25. part. 2. *Horol. Oscil.* sed (per cor. præc.) est tempus descensus per A B ad tempus circuitus in periph. G L D ut D ad 2 P, quare ex æquo tempus descensus per cycloidem O S est ad tempus circuitus in periph. G L D ut $\frac{1}{2}$ P ad 2 P sive ut 1 ad 4; unde tempus quatuor descensuum per cycloidem, sive tempus binarum oscillationum in cycloide, æquatur tempori circuitus in peripheria G L D. Est vero tempus binarum oscillationum in cycloide æquale tempori binarum oscillationum minimarum in circulo, qui cum cycloide æquicurvus est ad verticem S; eo quod portio istiusmodi circuli & portio cycloidis ad verticem S fere coincidunt, & proinde eundem in rebus physicis præstant effectum, ut jam satis notum est. Sed radius circuli æquicurvi cum cycloide ad verticem S, vel quod idem est radius circuli osculantis cycloidem ad verticem æqualis est duplæ R S vel duplæ A B, (ut facile ex quinta & sexta propp. part. 3. *Horolog. Oscil.* sequitur) adeoque longitudo penduli in circulo illo oscillantis æqualis est

duplæ

duplæ A B five dimidio lateris recti parabolæ genetricis Unde tempus oscillationum minimarum penduli, cujus longitudo est, dimidium lateris recti æquale est tempori binarum oscillationum in cycloide O S T vel tempori circuitus in peripheria G L D vel in periph. H M E. Q. E. D.

Cor. Hinc si mobile in circumferentia circuli ea celeritate feratur quæ acquiritur cadendo per $\frac{1}{4}$ diametri, tempus circuitus æquale erit tempori binarum oscillationum minimarum penduli cujus longitudo sit semidiameter circuli.

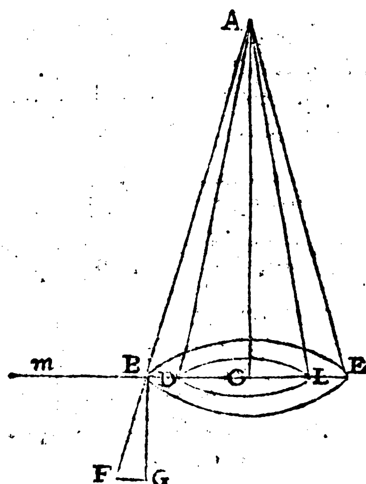
THEOR. VII.

Si mobilia duo ex filis inæqualibus suspensa gyrentur ita ut circumferentias horizonti parallelas percurrant, capite altero fili immoto manente, fuerint autem conorum, quorum superficies fila hoc motu describunt, altitudines æquales, tempora quoque circulationum æqualia erunt.

Sit A B E conus ille, cujus, superficiem describat filum A B; item A D L conus cujus superficiem describat filum A D; sitque C centrum basis utriusque coni, & A C communis eorum altitudo. Consideretur jam mobile B tanquam à tribus potentiis sibi mutuo æquipollentibus tractum, quarum una, quæ est vis gravitatis, trahit mobile per rectam B G ad horizontis planum perpendicularem, altera, secundum directionem B *m* agens, est vis centrifuga qua mobile à centro suæ orbitæ C recedere conatur, tertia vero quæ, hisce duabus æquipollet & resistit, est contranitentia fili secundum directionem A B agens, est enim resistentia fili loco potentiæ contrariæ ac eundem in hoc casu præstat effectum. Si ergo B F repræsentet actionem fili, vis mobilis centrifuga & vis gravitatis exponentur per rectas

F G

& B G (per theor 28. Lect. 14.) hoc est, vis cen-
iga mobilis B erit ad vim gravitatis ut F G ad B G,
(propter triangula æquiangula F B G, A B C,) ut



ad C A. Eodem modo erit vis gravitatis ad vim
rifugam mobilis D ut A C ad D C: quare ex æquo
vis centrifuga mobilis B ad vim centrifugam mobi-
D ut B C ad D C, hoc est, vires centrifugæ sunt ut
idiametri circulorum quorum circumferentias mo-
ι describunt, ac proinde (per cor. Theor. 1.) tem-
ι circulationum sunt æqualia. Q. E. D.

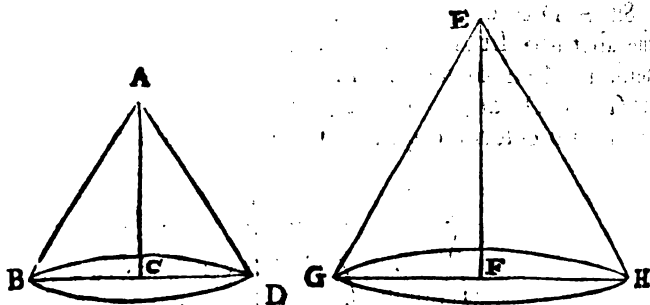
Cor. Hinc vis centrifuga est ad vim gravitatis ut se-
iameter basis coni ad coni altitudinem.

Not. per vim gravitatis & vim centrifugam nos in
demonstratione intelligere vires acceleratrices mo-
ιm, nisi mobilia ponantur æqualia in quo casu pos-
t etiam sumi vires absolutæ.

THEOR. VIII.

Si duo mobilia, uti prius, motu conico gyrentur, filis æqualibus vel inæqualibus suspensa; fueruntque conorum altitudines inæquales, erunt tempora circumlationum in subduplicata ratione ipsarum altitudinum.

Sint duo mobilia B & G, sintque primo coni A B D, E G H, quorum superficies fila describant, similes; (per cor. Theor. 7.) erit vis centrifuga mobilis B ad vim gravitatis ut B C ad A C; & erit vis centrifuga mobilis G ad eandem vim gravitatis ut G F ad F E, sed pro-



pter æquiangula triangula A B C, G E F, B C est ad A C ut G F ad F E, quare erit vis centrifuga mobilis B ad vim gravitatis ut vis centrifuga mobilis G ad eandem vim gravitatis, ac proinde vires illæ centrifugæ æquales erunt; erunt igitur (per Theor. 4.) tempora circuitus mobilium in subduplicata ratione semidiametrorum, hoc est, propter æquiangula triangula A B C, E G F, in subduplicata ratione altitudinum A C & E F. Sed qualescunque sunt coni quos fila describant, modo eorum altitudines invariatæ maneant, tem-

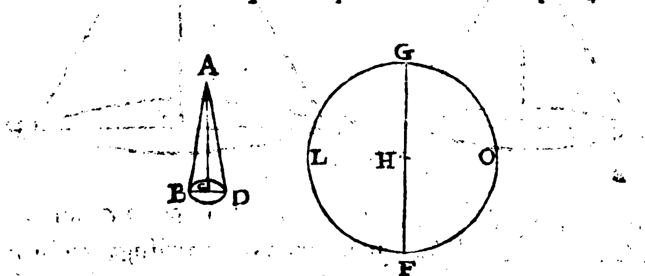
pora

pora circulationum etiam invariata manebunt; quare in omni casu constat veritas hujus Theorematis. Q. E. D.

THEOR. IX.

Si pendulum motu conico latum circuitus minimos faciat; eorum singulorum tempora ad tempus casus perpendicularis ex dupla penduli altitudine eam rationem habent, quam circumferentia circuli ad diametrum: ac proinde æqualia sunt tempora duarum oscillationum lateralium ejusdem penduli minimarum.

Sit A D B conus cujus superficiem describit filum, ejus altitudo sit A *c* fere = A B, quia circuitus sunt minimi. Semidiametro G H = A *c* describatur circulus G L F O, atque in ejus peripheria ponatur mobile revolutum celeritate quæ acquiritur cadendo per ¼ suæ



diametri sive ¼ D. (Per Theor. 5.) erit ejus vis centrifuga vi gravitatis æqualis, sed est vis centrifuga mobilis B ad vim gravitatis, ac proinde ad vim centrifugam mobilis in periph. G L F lati, ut B *c* ad A *c* sive H F: quare mobilium B & G cum vires centrifugæ sunt ut radii, tempora circulationum erunt æqualia (per cor.

Theor. 1.) Est vero tempus descensus per G F sive D ad tempus descensus per $\frac{1}{2}$ D ut D ad $\frac{1}{2}$ D (per cor. 3. Theor. 12. Lect. 11.) & est tempus descensus per $\frac{1}{2}$ D ad tempus circuitus in periph. G L F ut $\frac{1}{2}$ D ad P; quare ex æquo erit tempus descensus per D ad tempus circuitus in periph. G L F sive ad tempus circuitus penduli A B D ut D ad P. Pars posterior Theorematis liquet ex corollario theor. 6.

Cor. Hinc cum tempus casus perpendicularis est in subduplicata ratione spatii à gravi cadente percursi, erit tempus descensus ex altitudine penduli ad tempus circulationis minimæ ut $\sqrt{\frac{1}{2}} \times D$ ad P.

THEOR. X.

Si mobile in circumferentia feratur, circuitusque singulos absolvat eo tempore, quo pendulum longitudinem semidiametri circumferentiæ ejus habens, motu conico circuitum minimum absolveret, vel duplicem oscillationem minimam lateralem; habebit vim centrifugam suæ gravitati æqualem.

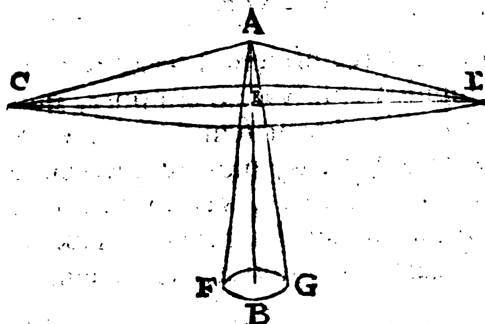
Quia mobilia B,G, (ex hyp.) æquali tempore circuitus suos absolvunt, (vide fig. theor. præc.) erit vis centrifuga mobilis B ad vim centrifugam mobilis G ut B C ad G H sive B C ad A C; est vero ut B C ad A C ita vis centrifuga mobilis B ad vim gravitatis (per cor. Theor. 7.) quare (per 9. 5. *Euclidis*) erit vis centrifuga mobilis G æqualis vi gravitatis. Q. E. D.

THEOR. XI.

Penduli cujuslibet motu conico lati tempora circuitus æqualia erunt tempori casus perpendicularis, ex altitudine penduli filo æquali, cum

cum angulus inclinationis fili ad planum horizontis fuerit partium 2. ſcrup. 54. proxime: exacte vero, ſi anguli dicti ſinus fuerit ad radium ut quadratum circulo inſcriptum ad quadratum à circumferentia ejus.

Sit pendulum, cujus filum deſcribat ſuperficiem conicam CAD talem, ut ſit ſinus anguli ACE ad radium (hoc eſt AE ad AC) ut $\frac{1}{2}D^2$ ad P^2. Sit item AFG ſuperficies coni quem penduli filum motu minimo lati deſcribit, cujus proinde altitudo AB = AF = AC. Erit (per Theor. 8.) tempus circuitus mobi-



lis F ad tempus circuitus mobilis C in ſubduplicata ratione AB, ſive AC ad AE; eſt vero ut AC ad AE ita (ex hypoth.) P^2 ad $\frac{1}{2}D^2$, quare erit tempus circuitus mobilis F ad tempus circuitus mobilis C in ſubduplicata ratione P^2 ad $\frac{1}{2}D^2$, hoc eſt, in ratione P ad $\sqrt{\frac{1}{2}} \times D$. Eſt vero ut P ad $\sqrt{\frac{1}{2}} \times D$ ita (per cor. theor. 9.) tempus circulationis minimæ, hoc eſt, tempus circulationis mobilis F ad tempus caſus perpendicularis ex penduli altitudine; quare tempus circuitus mobilis F eandem habet proportionem ad tempus circuitus mobilis C, quam habet ad tempus caſus perpendicularis ex altitudine

altitudine æquali longitudini penduli; ac proinde (per 9. El. 4.) tempus circuitus mobilis C æquale erit tempori casus perpendicularis ex altitudine æquali longitudini penduli. Q. E. D.

Cum autem est P ad D circiter ut 314 ad 100, erit P^2 ad $\frac{1}{2}D^2$ ut 98596 ad 5000. est autem A C ad A E ex prius demonstratis ut P^2 ad $\frac{1}{2}D^2$, quare est 98596 ad 5000 ut A C ad A E, & ut A C ad A E ita (per trigonometriam) est sinus anguli A E C seu radius 100000 ad sinum anguli A C E, est autem ut 98596 ad 5000 ita 100000 ad 5070, qui igitur est sinus anguli A C E cui quamproxime respondent gradus 2, scrupula 54.

THEOR. II.

Si pendula duo pondere æqualia sed inæquali filorum longitudine motu conico gyrentur, fuerintque conorum altitudines æquales, erunt vires, quibus fila sua intendunt, in eadem ratione quæ est filorum longitudinis.

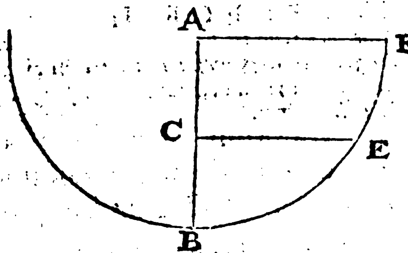
Constat ex Theor. 7. Nam vis gravitatis est in utroque cono ad tensionem fili ut altitudo coni ad longitudinem fili; cumque eadem est conorum longitudo patet tensiones filorum esse filorum longitudinibus proportionales. Q. E. D.

THEOR. XIII.

Si pendulum simplex oscillatione laterali maxima agitetur, hoc est, si per totam circuli quadrantem descendat, ubi ad punctum imum circumferentiæ pervenerit, tripla majori vi filum suum trahet, quam si ex illo simpliciter suspensum foret.

Sit pendulum A B per quadrantem F B motum, bisecetur A B in C, per quod ducatur C E ad A B perpendicularis

diculari circumferentiæ occurrens in E. Si pendu- solummodo per arcum E B descenderet, acquire- ad punctum B eandem velocitatem, ac si per C B ametri descendisset (per 8. prop. partis secundæ *Hu-* de Horol. Oscil.) adeoque (per Theor. 5.) habebit in cto B vim centrifugam suæ gravitati æqualem: ad- que gravitas & vis centrifuga simul junctæ dupla ma- vi filum trahent, quam si sola adesset gravitas. Si vero dulum elevetur ad F, post descensum ad B, eandem uiret velocitatem, ac si per A B cecidisset. Est vero 3 ad B C in duplicata ratione velocitatis acquisitæ in



censu per A B ad velocitatem acquisitam in descensu B C, quare etiam erit A B ad B C (per Theor. 3.) vis centrifuga mobilis in puncto B post descensum F B ad vim centrifugam in puncto B post descen- n tantum per E B, adeoque vis centrifuga mobilis st descensum per F B dupla erit vis centrifugæ post um per E B; hoc est, vis centrifuga in puncto B st casum per F B dupla erit vis gravitatis; quare fi- n à vi centrifuga & vi gravitatis simul & secundum idem directionem agentibus tripla majori vi trahi- , quam si à sola gravitate tenderetur. Q. E. D.

FINIS.

ERRATA.

PAG. 8. *lin.* 10. *lege* divelli. *ibid. lin.* 11. *l.* demersorum. *p.* 34. *lin.* 4. *l.* seriei. *p.* 47. *lin.* 13. *l.* relicta longo post decessum. *ibid. lin.* 25. *l.* indagator. *p.* 61. *lin.* 16. *l.* quiescentes. *p.* 64. *lin.* 10. *l.* transigitur. *p.* 80. *lin.* 3. *l.* telas. *p.* 128. *lin. penult.* *l.* impingant. *p.* 138. *lin.* 18. *l.* moveretur. *p.* 141. *l.* determinandos. *p.* 152. *lin.* 7. *l.* illatam. *p.* 175. *lin.* 6. *l.* illorum.

